

LXVIII OLIMPIADA FIZYCZNA

ZADANIA ZAWODÓW III STOPNIA

CZĘŚĆ DOŚWIADCZALNA

Mając do dyspozycji:

- cienkościenną rurkę metalową o długości ok. 50 cm, średnicy zewnętrznej 18,0 mm i grubości ścianki 1,0 mm,
- magnes walcowy o masie 6,6 g namagnesowany równoległe do osi,
- cienki drut miedziany pokryty warstwą izolacyjną (drut nawojowy),
- oscyloskop oraz przewody i zaciski umożliwiające zestawienie układu pomiarowego,
- nożyczki,
- taśmę klejącą,
- statyw,
- papier milimetrowy,

wyznacz opór właściwy materiału rurki. Przyspieszenie ziemskie wynosi $9,81 \text{ m/s}^2$.

UWAGA

Możesz użyć nożyczek do usunięcia izolacji z fragmentu drutu.

Rozwiązanie zadania D.

Część teoretyczna

Rozpatrzmy przepływ prądu indukowanego we fragmencie przewodzącej rury - pierścieniu o wysokości Δx , grubości δ (równiej grubości rury) i średnicy D . Założenie, że rura jest cienkościenna, jest równoważne stwierdzeniu, że $\delta \ll D$ i wtedy można przyjąć, że D jest średnicą zewnętrzną rury/pierścienia.

Moc wydzielana w tym pierścieniu jest równa

$$\Delta P = \frac{U^2}{R}, \quad (1)$$

gdzie U - wielkość indukowanego napięcia w pierścieniu, który można traktować jak cewkę o jednym zwoju, R - opór elektryczny pierścienia o długości L i polu przekroju poprzecznego S , równy z prawa Ohma $R = \frac{\rho L}{S} = \frac{\rho \pi D}{\delta \Delta x}$, gdzie ρ jest opornością właściwą materiału przewodnika.

Aby znaleźć całkowitą moc wydzielaną w postaci ciepła we wszystkich pierścieniach, czyli w całej objętości ścianki rury, należy zsumować moc we wszystkich pierścieniach:

$$P = \sum_i \frac{U_i^2}{\rho \frac{\pi D}{\delta \Delta x}} = \sum_i \frac{U_i^2 \delta \Delta x}{\rho \pi D} \quad (2)$$

Jeśli rozpatrzmy sytuację, gdy magnes o masie m porusza się wewnątrz rury ze stałą prędkością v , to moc wydzielana we wszystkich pierścieniach uwzględnionych w równaniu (2) równa jest szybkości zmiany energii potencjalnej magnesu podczas jego spadku w rurze:

$$P = mgv. \quad (3)$$

Otrzymujemy zatem tożsamość:

$$mgv = \sum_i \frac{U_i^2 \delta \Delta x}{\rho \pi D} = \frac{\delta}{\rho \pi D} \sum_i U_i^2 \Delta x. \quad (4)$$

W celu wyznaczenia sumy z równania (4) należy wyznaczyć wszystkie U_i (tj. U_i dla wszystkich pierścieni o wysokości Δx , z których złożona jest rura, odpowiednik $U(x)$) dla danego, chwilowego położenia magnesu w czasie jego spadku w rurze w warunkach, gdy prędkość jest stała. Tak postawione zagadnienie jest trudne w realizacji. Aby tego dokonać można rozważyć problem analogiczny: wyznaczmy U_i dla wszystkich chwil czasu dla ustalonego miejsca na rurze, w którym umieszczono miernik napięcia (odpowiednik $U(t)$). Pomiar w tym przypadku da nam odpowiedź, jakie jest napięcie indukowane w poszczególnych pierścieniach, które w czasie takiego spadku, odpowiadającego czasowi $\Delta t = \Delta x/v$, "przedefilują" przed naszym miernikiem. Wtedy:

$$\sum_i U_i^2 \Delta x = \sum_i U_i^2 v \Delta t \quad (5)$$

i otrzymujemy

$$mgv = \frac{\delta v}{\rho \pi D} \sum_i U_i^2 \Delta t. \quad (6)$$

Z równania (6) można wyznaczyć szukaną zależność dla ρ :

$$\rho = \frac{\delta}{mg\pi D} \sum_i U_i^2 \Delta t = \frac{\delta}{mg\pi D} A. \quad (7)$$

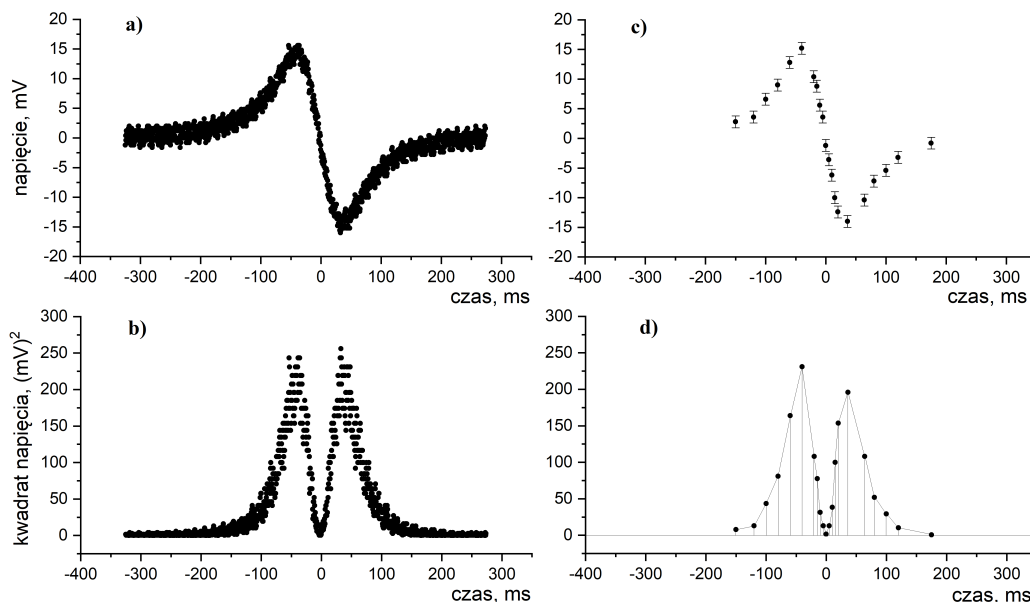
Sumę $A = \sum_i U_i^2 \Delta t$ można wyznaczyć doświadczalnie poprzez nawinięcie na powierzchnię rury cewki i rejestrację indukowanego napięcia $U(t)$ za pomocą oscyloskopu. Używając zmierzonego sygnału możemy wyznaczyć $U^2(t)$ a następnie obliczyć pola powierzchni pod wykresem tej funkcji, co da szukaną wartość A . Aby zwiększyć wielkość rejestrowanego napięcia można i należy nawinąć cewkę pomiarową o N zwojach. Wtedy:

$$\rho = \frac{\delta}{mg\pi DN^2} A. \quad (8)$$

Część doświadczalna

Dostępna rurka metalowa wykonana była z aluminium, miała średnicę zewnętrzną $D = 18,0$ mm i grubość ścianki $\delta = 1,0$ mm (wielkości te należy potraktować jako znane). Użyto magnesu w kształcie walca o średnicy 15 mm, wysokości 5 mm oraz masie 6,6 g.

Na rurę nawinięto cewkę o $N = 20$ zwojach, którą podłączono do oscyloskopu przy użyciu dostępnych elementów połączeniowych. Należy ściągnąć izolację z końcówek drutu wykorzystując dostępne w zestawie nożyczki. Górną część rurki przyklejono taśmą klejącą do statywu tak, aby jego metalowa konstrukcja nie wpływała na ruch magnesu. W celu określenia, czy upuszczony do rury magnes osiągnął już prędkość graniczną, zmierzono amplitudę napięcia indukowanego w cewce dla kilku położenia cewki wzdłuż rury. Dla odległości cewki od początku rury, dla których magnes osiągnął już prędkość graniczną, amplituda indukowanego sygnału nie ulegała zmianie. Pomiar ten pozwala stwierdzić, że magnes dosyć szybko osiąga prędkość graniczną. W celu wykonania pomiaru napięcia pętlę nawinięto na rurkę ok. 10 cm od dolnego końca i przyklejono ją do rurki taśmą klejącą, aby zagwarantować jej stabilne położenie podczas pomiarów.



Rysunek 1: a) Sygnał z oscyloskopu. Ustawienie skali pionowej 10 mV a skali poziomej 50 ms; b) napięcie zmierzone na oscyloskopie podniesione do kwadratu, c) napięcie odczytane z oscyloskopu wraz ze słupkami błędów ± 1 mV, d) napięcie z wykresu c) podniesione do kwadratu. Widoczne linie zaznaczają trapezy użyte do obliczenia pola powierzchni pod wykresem.

Na podstawie przebiegu sygnału wyindukowanego w cewce, który zarejestrowano na oscyloskopie (rysunek 1a), z wyświetlacza oscyloskopu odczytano kilka wartości czasów i odp-

wiadających im napięć. Wyniki zebrano w tabeli 1 oraz naniesiono na wykresy – rysunek 1c) i 1d).

Zagadnienie wymaga obliczenia sumy A , która odpowiada polu powierzchni pod wykresem na rysunku 1d), przy czym nie znamy formy analitycznej funkcji ani funkcji $U(t)$, ani $U^2(t)$, mamy jedynie wartości w postaci numerycznej (jako wynik pomiaru napięcia) zebrane w tabeli 1. Szukaną sumę można jednak przybliżyć poprzez zsumowanie pól powierzchni trapezów widocznych na rysunku 1d). Tak policzone pole powierzchni pod krzywą z rysunku 1d) wynosi $A = 23800 \text{ (mV)}^2 \cdot \text{ms}$.

Odczyt napięcia z oscyloskopu obarczony był niepewnością 1 mV zaś odczyt czasu przyjęto za dokładny. W celu oszacowania niepewności ΔA pomiaru A możemy obliczyć wielkości A_{\min} oraz A_{\max} otrzymane z sumowania trapezów o bokach, odpowiednio, o 1 mV krótszych i o 1 mV dłuższych od odczytanych z oscyloskopu. Większa z różnic między A a tymi wartościami da oszacowanie niepewności. Otrzymujemy $A_{\min} = 19300 \text{ (mV)}^2 \cdot \text{ms}$ oraz $A_{\max} = 28900 \text{ (mV)}^2 \cdot \text{ms}$, co pozwala oszacować szukaną niepewność pomiaru na $\Delta A = 5100 \text{ (mV)}^2 \cdot \text{ms}$ i w efekcie wyznaczyć A jako:

$$A = (23800 \pm 5100) \text{ (mV)}^2 \cdot \text{ms} \quad (9)$$

Tabela 1: Wyniki odczytu napięcia wyindukowanego w cewce dla różnych czasów na podstawie danych zmierzonych przy pomocy oscyloskopu. Kolumna trzecia przedstawia kwadrat napięcia wymagany do obliczenia szukanej sumy.

czas, ms	napięcie, mV	(napięcie) ² , (mV) ²
-150	2,8	7,84
-120	3,6	12,96
-100	6,6	43,56
-80	9,0	81,00
-60	12,8	163,84
-40	15,2	231,04
-20	10,4	108,16
-15	8,8	77,44
-10	5,6	31,36
-5	3,6	12,96
0	-1,2	1,44
5	-3,6	12,96
10	-6,2	38,44
15	-10,0	100,00
20	-12,4	153,76
36	-14,0	196,00
64	-10,4	108,16
80	-7,2	51,84
100	-5,4	29,16
120	-3,2	10,24
175	-0,8	0,64

Podstawienie powyższej A oraz wartości podanych w treści zadania do wzoru (8) pozwala wyznaczyć opór właściwy materiału $\rho = (1,64 \pm 0,35) \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$.

Głównym źródłem niepewności otrzymanego oporu właściwego była niedokładność odczytu napięć z wykresu, w dużej mierze powodowana zaszumieniem sygnału. Wszystkie pozostałe parametry przyjęto za znane i nieobarczone niepewnością.

Punktacja zadania D.

Część teoretyczna

Pomysł układu pomiarowego – 2 pkt.

Porównanie mocy wydzielanej w rurze do szybkości zmiany energii potencjalnej magnesu podczas jego spadku w rurze – 2 pkt.

Wyznaczenie całkowitej mocy wydzielonej w rurze - wzór (2) – 2 pkt.

Zamiana sumy po położeniu na sumę po czasie – 3pkt.

Wzór końcowy: (8) lub równoważny – 1 pkt.

Część doświadczalna

Zestawienie i opis układu doświadczalnego – 1pkt

Opis sposobu wyznaczenia prędkości granicznej lub opis metody pozwalającej stwierdzić, że prędkość graniczna została osiągnięta – 2 pkt

Wielokrotne wykonanie pomiarów pozwalających na wyznaczenie oporu właściwego – 3 pkt.

Obliczenie pola powierzchni pod wykresem $U^2(t)$ – 2 pkt

Wynik liczbowy ρ i niepewność – 2 pkt.