

# LXVII OLIMPIADA FIZYCZNA

## ZADANIA ZAWODÓW II STOPNIA

### CZEŚĆ DOŚWIADCZALNA

Rozwijając taśmę klejącą z fabrycznie nowej rolki tak, by część rozwinięta pozostawała stale prostopadła do powierzchni rolki (Rysunek), można rozróżnić rozwijanie powolne oraz rozwijanie szybkie. Łatwo stwierdzić, czy taśma została odklejona w warunkach powolnego czy szybkiego rozwijania. W pierwszym przypadku odklejony kawałek taśmy wykazuje cechy zmatowienia, a w drugim – odklejony kawałek taśmy jest przezroczysty, bez cech zmatowienia.

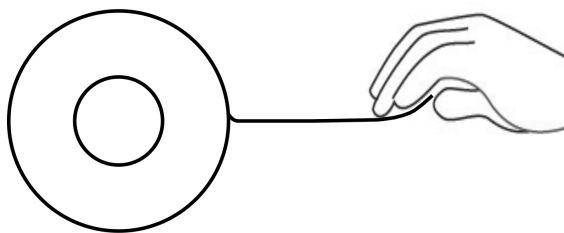
Mając do dyspozycji:

- rolkę biurowej taśmy klejącej o długości ok. 30 m,
- dwie nakrętki o masie 52 gramów każda,
- taśmę mierniczą o długości 1 metra,
- flamaster,
- patyk o okrągłym przekroju,

wyznacz wartość siły progowej  $F_p$ , czyli takiej siły, dla której rozwijanie taśmy przechodzi z powolnego w szybkie, oraz wartość siły  $F_s$  niezbędnej do podtrzymania szybkiego rozwijania taśmy z fabrycznie nowej rolki.

#### Uwagi:

1. Taśmy nie należy trzymać w ciepłych dłoniach dłużej, niż jest to absolutnie konieczne, gdyż wzrost temperatury może zmienić parametry kleju.
2. Taśmy nie należy ponownie nawijać na rolkę.
3. Taśma jest długa, lecz może się skończyć. Gospodaruj rozsądnie!



# Rozwiązanie

## Część teoretyczna

### Siła progowa $F_p$

Siłę progową można wyznaczyć za pomocą dźwigni jednostronnej zbudowanej z patyka. Patyk przekładamy przez otwór w rolce taśmy (patrz Rys. 1). Jeden koniec dźwigni obciążamy masą  $M$ , przyklejając do niego dwie nakrętki o masie  $m$  każda (tj.  $M = 2m$ ), drugi zaś przytrzymujemy palcem tak, aby w punkcie styku ze stołem znajdowała się oś obrotu dźwigni. Rozwijamy kawałek taśmy tak, aby móc za niego chwycić. Rysunek 1 pokazuje przykładowe ustawienie układu niezbędne do wyznaczenia siły progowej.

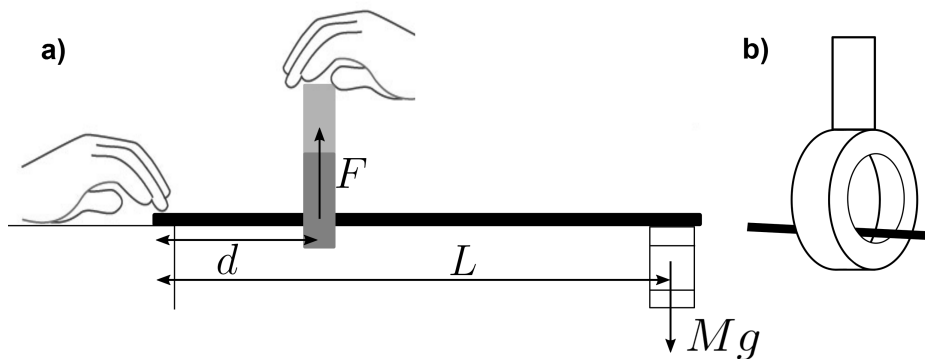
Przesuwając powoli rolkę taśmy wzdłuż patyka, zaczynając od strony z przyklejoną nakrętką, możemy płynnie regulować wartość siły rozwijającej taśmę  $F$ . Płynna regulacja siły możliwa jest dzięki równości, dla stanu równowagi, momentu siły działającego na patyk i pochodzącego od ciężaru nakrętek,  $Mg$ , oraz momentu siły  $F$  podtrzymującej patyk w punkcie, w którym znajduje się taśma:

$$Fd = MgL, \quad (1)$$

gdzie  $L$  i  $d$  są, odpowiednio, odległościami środka ciężkości nakrętek i punktu zaczepienia taśmy od punktu podparcia patyka.

Taśma zacznie się gwałtownie rozwijać dla pewnej wartości  $d = d_p$ , dla której przekoczona zostanie wartość siły progowej  $F = F_p$  równej:

$$F_p = \frac{MgL}{d_p}. \quad (2)$$



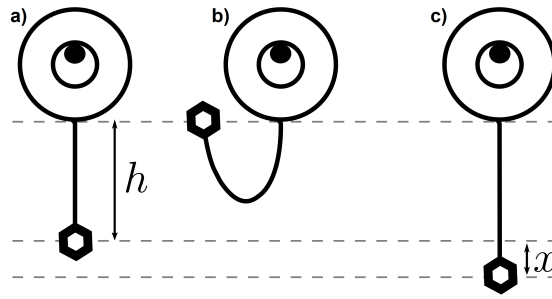
**Rysunek 1:** Schemat układu doświadczalnego wraz z (a) zaznaczonymi odległościami niezbędnymi do wyznaczenia szukanej siły progowej oraz (b) sposobem wykorzystania taśmy klejącej i patyka do budowy dźwigni.

### Siła podtrzymująca szybkie rozwijanie $F_s$

Szukaną wartość siły  $F_s$  niezbędnej do podtrzymania szybkiego rozwijania rolki badanej taśmy klejącej można wyznaczyć z zasady zachowania energii. W tym celu zrzucamy przyczepioną do taśmy nakrętkę z odmierzonej wysokości i mierzymy długość  $x$  odcinka odwiniętej taśmy, o którą rozwinię się taśma (patrz Rys. 2). Jeśli przyjmiemy jako punkt odniesienia dla energii potencjalnej położenie nakrętki po rozwinięciu, to w momencie rozpoczęcia rozwijania taśmy nakrętka ma energię kinetyczną  $E_k = mv^2/2 = mgh$ , gdzie  $h$  oznacza wysokość, z jakiej zrzucamy nakrętkę, mierzoną względem wysokości, na której znajduje się ona, gdy wisi swobodnie na taśmie, oraz energię potencjalną  $E_p = mgx$ . Praca siły  $F_s$  na odcinku o długości  $x$  równa jest wtedy

$$mg(h + x) = F_s x. \quad (3)$$

Przyjeliśmy tu, że samo rozpoczęcie ruchu nie wymaga energii, analogicznie do sytuacji ruchu z



**Rysunek 2:** Schemat układu doświadczalnego użytego do wyznaczenia  $F_s$ . (a) Początkowo obciążony nakrętką kawałek taśmy klejącej zwisa swobodnie, co odpowiada wielkości  $h$  z treści rozwiązania. (b) Następnie nakrętka jest podniesiona tak, aby wysokość jej środka ciężkości pokrywał się z wysokością miejsca styku rozwiniętego kawałka taśmy z rolką. (c) Nakrętkę upuszczamy i pozwalamy jej się swobodnie rozwijać na odcinku  $x$ .

tarcie statycznym i dynamicznym.

W celu wykonania pomiarów zaczynamy od odwinęcia kawałka taśmy z rolki i przyłączenia do niego jednej nakrętki. Przez środek rolki przekładamy patyk lub flamaster tak, aby rolka mogła się swobodnie obracać i następnie nakrętkę podnosimy na wysokość punktu styku rozwiniętego kawałka taśmy z rolką (Rys. 2 b) ) i puszczaemy. Zaznaczamy odległość, na jaką rozwinęła się rolka, i powtarzamy pomiar.

## Część doświadczalna

W zadaniu dysponowano bambusowym patykiem do szaszłyków o średnicy 4 mm i długości 40 cm. Jeden koniec patyka był zaokrąglony, co umożliwiało jego wykorzystanie do przebijania taśmy, ułatwiając odrywanie jej zużytych fragmentów.

### Siła progowa $F_p$

Pomiary wartości siły progowej  $F_p$  wykonano wykorzystując dźwignię jednostronną zbudowaną z dostępnego patyka (patrz Rys. 1). Do jednego z jego końców przyklejono taśmą klejącą dwie nakrętki o łącznej masie  $M = 2m = 104$  g. Drugi koniec patyka przytrzymywano palcem na brzegu stołu tak, aby oś obrotu dźwigni znajdowała się w punkcie styku ze stołem. Zmierzono odległość  $L$  środka masy nakrętek od osi obrotu. Aby zminimalizować niepewność pomiaru tej odległości zadbane, aby nakrętki były przyklejone w sposób możliwie symetryczny, jedna pod drugą.

Rozwijamy kawałek taśmy tak, aby móc za niego chwycić (Rys. 1). Przesuwając powoli rolkę taśmy wzdłuż patyka, zaczynając od strony z przyklejonymi nakrętkami, obserwujemy, kiedy taśma zacznie się rozwijać. Odległość  $d_p$  od punktu podparcia patyka do rolki, dla której rozpoczyna się rozwijanie taśmy, mierzymy kilkakrotnie.

Podczas pomiarów możemy zaobserwować, zdefiniowane w treści zadania, powolne rozwijanie się taśmy pod wpływem obciążenia (odwinęte kawałki taśmy są wyraźnie zmatowione). Przekroczenie siły progowej jest łatwo zauważalne. Biorąc pod uwagę zmierzoną wartość  $L = (38,5 \pm 0,5)$  cm oraz

**Tabela 1:** Pomiary odległości  $d_p$  dla których rozpoczyna się rozwijanie taśmy. Wykorzystano metodę dźwigni jednostronnej przedstawioną na Rysunku 1.

Nr pomiaru	1	2	3	4	5	6	7
$d_p$ (cm)	8,7	8,2	9,0	8,5	8,3	8,7	8,2
średnie $d_p$ (cm)	$8,5 \pm 0,5$						

wzór (2), na podstawie danych z Tabeli 1 otrzymano  $F_p = (4,6 \pm 0,3)$  N. Niepewność wyznaczonej siły progowej wynika głównie z 6% niepewności pomiaru odległości  $d_p$ .

Pomiar wielkości  $d_p$  może być obarczony znaczną niepewnością, wynikającą głównie z trudności w oszacowaniu, w którym miejscu patyka znajdowała się rolka taśmy, gdy rozpoczęło się rozwijanie szybkie.

Zwiększenie dokładności pomiaru można osiągnąć np. poprzez zaznaczenie na patyku punktu, który wydaje się być najbliżej punktu odpowiadającego pojawieniu się siły progowej. To może pomóc ocenić, jak daleko od niego była rolka taśmy w momencie rozpoczęcia rozwijania. Dodatkowo, można na stole nakleić kawałek taśmy i włożyć pod niego ostro zakończony koniec patyka, dzięki czemu taśma zapewni istnienie punktu obrotu, tym samym uwalniając obie ręce przeprowadzającego doświadczenie. Dzięki temu jedna ręka może być wykorzystana do podtrzymywania rolki taśmy a druga do jej powolnego przesuwania wzdłuż patyka.

### Siła podtrzymująca szybkie rozwijanie $F_s$

Z rolki odwinęto pewną długość taśmy tak, aby przymocować do odwinętego końca jedną nakrętkę (o masie  $m=52$  g). Przez rolkę przełożono patyk, co umożliwiała swobodne obracanie się rolki. Następnie nakrętkę podnoszono tak, by jej środek ciężkości był na wysokości punktu styku odwinętego kawałka taśmy z rolką (należało w tym celu odwinąć pewną długość taśmy) i flamastrem zaznaczano linię na taśmie tuż przy styku z rolką. Nakrętkę upuszczano, powodując rozwinięcie rolki. Odległość od zaznaczonej na taśmie linii do punktu styku rozwiniętej części taśmy z rolką odpowiada odległości  $x$ , zaś odległość od tej linii do środka ciężkości nakrętki – odległości  $h$ . Pomiarów powtórzono 7-krotnie dla różnych początkowych długości odwinętej taśmy odpowiadających różnym  $h$ .

Przy obracaniu szpulki tarcie o patyk jest niewielkie, dlatego zostało całkowicie pominięte. Obie mierzone wielkości są ze sobą powiązane zależnością  $h = a \cdot x$ , gdzie  $a = F_s/mg - 1$  (w oparciu o wzór (3)). Współczynnik  $a$  można wyznaczyć z dopasowania prostej do danych na wykresie zależności wysokości  $h$  od rozwinięcia taśmy  $x$ . Szukana wartość siły podtrzymującej szybkie rozwijanie taśmy wyniesie:

$$F_s = (a + 1)mg. \quad (4)$$

**Tabela 2:** Wyniki otrzymane dla hamowania taśmy przy jej rozwijaniu.

Nr pomiaru	1	2	3	4	5	6	7
x (cm)	1,9	2,9	4,2	5,6	8,2	11,6	18,0
h (cm)	14,5	19,0	23,0	25,0	30,0	34,7	50,4

Na podstawie danych z Tabeli 2 sporządzono wykres zależności  $h(x)$  (Rys. 3). Przyjęto, że pomiary  $h$  obarczone były niepewnością 5 mm, zaś  $x$  – niepewnością 2 mm. Dopasowanie prostej do wyników doświadczalnych pozwala wyznaczyć współczynnik nachylenia prostej  $a = 2,1 \pm 0,1$ , co daje wartość szukanej siły  $F_s = (1,6 \pm 0,1)$  N. Dopasowanie wskazuje na obecność stałego przesunięcia – prosta przechodząca przez początek układu współrzędnych niezadawalająco opisuje dane doświadczalne (Rys. 3, prosta narysowana linią przerywaną).

## Punktacja

### Część teoretyczna

Pomysł na wykonanie pomiaru siły progowej – 3 pkt.

Pomysł na wykonanie pomiaru siły podtrzymującej rozwijanie – 3 pkt.

Wzór (2) lub równoważny – 2 pkt.

Wzór (3) lub równoważny – 2 pkt.

### Część doświadczalna

Zestawienie i opis układu umożliwiającego poprawne wyznaczenie szukanych wielkości – 1 pkt.

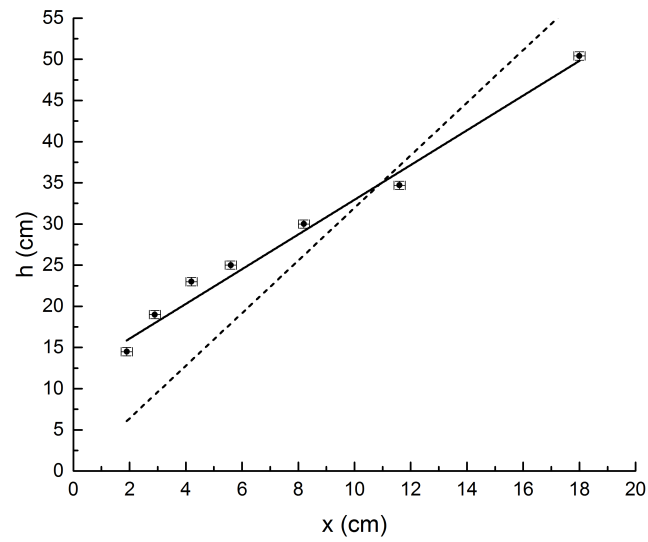
Powtórzenie pomiarów odległości  $d_p$  lub równoważnej co najmniej pięciokrotnie – 2 pkt.

Wykonanie pomiarów długości rozwinięcia taśmy  $x$  dla różnych wysokości zrzutu nakrętki – 2 pkt.

Dyskusja źródeł niepewności wpływających na pomiar  $d_p$  oraz odległości  $x$  – 1 pkt.

Wykres odpowiadający modelowi opisanemu równaniem (3) lub równoważnym – 2 pkt.

Wyniki liczbowe dla  $F_p$  i  $F_s$  wraz z oszacowaniem ich niepewności – 2 pkt.



**Rysunek 3:** Wyniki pomiarów wartości  $h$  i  $x$  wraz z dopasowaną prostą (linia ciągła). Prosta zaznaczona linią przerywaną odpowiada założonemu modelowi opisanemu równaniem 3