

Rozdział 7

Fale elektromagnetyczne

7.1 Prąd przesunięcia. II równanie Maxwella

Poznane dotąd prawa elektrostatyki, magnetostatyki oraz indukcji elektromagnetycznej można sformułować w czterech podstawowych równaniach (zapisanych w postaci całkowej lub różniczkowej), przedstawiających:

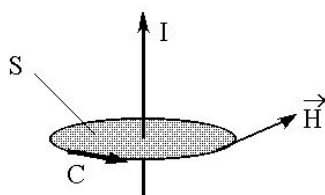
- I) prawo indukcji Faraday'a,
- II) prawo Ampère'a,
- III) prawo Gaussa dla pola elektrycznego,
- IV) prawo Gaussa dla pola magnetycznego.

W 1864 r. J.C. Maxwell zauważył, że prawo Ampère'a, sformułowane w magnetostatyce nie może być poprawne w przypadku, gdy natężenie prądu w przewodniku, wytwarzającym pole magnetyczne, zmienia się w czasie. Udowodnił on, że prawo Ampère'a musi być wówczas uzupełnione przez dodatkowy wyraz. Otrzymany w ten sposób układ równań nazywamy obecnie równaniami Maxwella. Na podstawie tych równań Maxwell przewidział teoretycznie istnienie fal elektromagnetycznych i obliczył ich prędkość. Okazało się, że prędkość fal elektromagnetycznych w próżni jest równa prędkości światła, co świadczyło, że światło jest falą elektromagnetyczną. Istnienie fal elektromagnetycznych wykazał doświadczalnie H. Hertz dopiero w 1888 r., po upływie ponad 20 lat od sformułowania równań Maxwella.

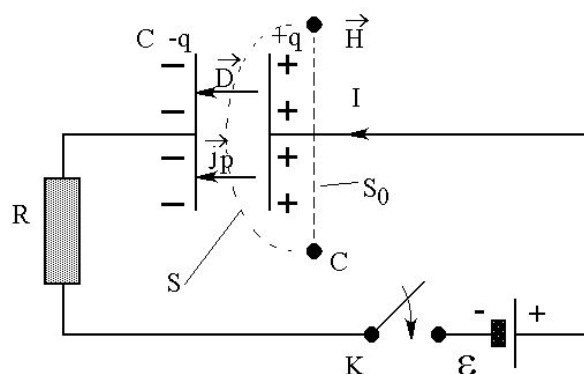
Przypomnijmy, że prawo Ampère'a, podane poprzednio, ma postać:

$$\oint_C \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = I, \quad (7.1)$$

gdzie C jest dowolną krzywą, otaczającą przewodnik (przewodniki) z prądem a I — sumarycznym natężeniem prądu, przepływającym przez dowolną powierzchnię S , rozpiętą na konturze C (rys. 7.1).



Rysunek 7.1:



Rysunek 7.2:

W celu wykazania, że prawo Ampère'a w dotychczasowej postaci nie jest słuszne w przypadku zmiennego natężenia prądu I rozważymy przypadek ładowania kondensatora w obwodzie pokazanym na rysunku 7.2. Po zamknięciu przełącznika K w obwodzie popłynie stopniowo zanikający prąd I aż do naładowania kondensatora do napięcia \mathcal{E} . Jeżeli zastosujemy prawo Ampère'a do obliczenia pola magnetycznego \mathbf{H} , wytworzonego przez przepływ prądu I , to licząc natężenie prądu, przepływającego przez powierzchnię S_0 i S rozpięte na *tym samym* konturze C , otrzymamy odpowiednio:

$$\oint_C \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = I \quad (7.2)$$

(przez powierzchnię S_0 płynie prąd o natężeniu I),

$$\oint_C \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = 0 \quad (7.3)$$

(przez powierzchnię S nie płynie prąd) a więc sprzeczne wyniki. Maxwell rozwiązał ten paradoks przyjmując, że zmienne w czasie pole elektryczne (w rozpatrywanym przypadku zmienne pole o indukcji \mathbf{D} wewnątrz kondensatora) powoduje wytworzenie wirowego pola magnetycznego o natężeniu \mathbf{H} , analogicznie jak przepływ prądu.

Znajdziemy teraz związek między szybkością zmian indukcji pola elektrycznego \mathbf{D} wewnątrz kondensatora a natężeniem prądu I , płynącego w

obwodzie. Stosując twierdzenie Gaussa do powierzchni $S_c = S + S_0$, otrzymujemy:

$$q = \Phi_D = \oint_{S_c} \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = \oint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} \quad (7.4)$$

(q — ładunek na okładce kondensatora, Φ_D — strumień indukcji \mathbf{D} przez powierzchnię S_c). Różniczkując to wyrażenie względem czasu i przyjmując, że kształt powierzchni S_c nie zmienia się, dostajemy:

$$I = \frac{dq}{dt} = \frac{d\Phi_D}{dt} = \frac{d}{dt} \oint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S}, \quad (7.5)$$

$$I = \int_S \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S}. \quad (7.6)$$

Otrzymany wzór ma postać analogiczną do wzoru, określającego związek między natężeniem I i gęstością \mathbf{j} prądu przewodzenia:

$$I = \int_S \mathbf{j} \cdot d\mathbf{S}. \quad (7.7)$$

Z tego względu można formalnie przyjąć, że w obszarze zmiennego pola elektrycznego występuje tzw. *prąd przesunięcia* o gęstości \mathbf{j}_p równej szybkości zmian wektora indukcji elektrycznej \mathbf{D} :

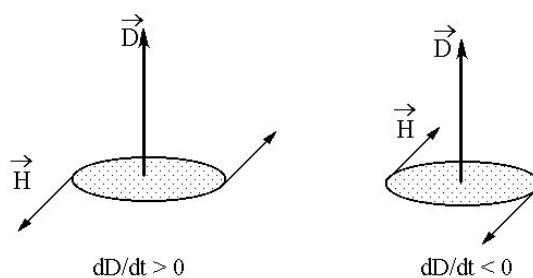
$$\boxed{\mathbf{j}_p = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}}. \quad (7.8)$$

Całka z gęstości prądu przesunięcia po powierzchni S daje natomiast całkowite natężenie I_p prądu przesunięcia, „płynącego” przez tę powierzchnię:

$$I_p = \int_S \mathbf{j}_p \cdot d\mathbf{S}, \quad (7.9)$$

$$\boxed{I_p = \int_S \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S} = \frac{d\Phi_D}{dt}}. \quad (7.10)$$

Za Maxwellem przyjmujemy, że prąd przewodzenia i prąd przesunięcia o równym natężeniu wytwarzają takie same pole magnetyczne. Z porównania wzorów (7.6) i (7.10) widać, że w rozważanym przypadku $I_p = I$. Można więc, uwzględniając prąd przesunięcia stwierdzić, że obwód prądu zmiennego jest zawsze obwodem „zamkniętym”. W rozpatrywanym przykładzie natężenie prądu przesunięcia między okładkami kondensatora jest równe natężeniu prądu przewodzenia w pozostałej części obwodu. Zjawisko wytwarzania wirowego pola magnetycznego \mathbf{H} przez zmienne w czasie pole elektryczne \mathbf{D} ilustruje rysunek 7.3. Jest ono analogiczne do zjawiska indukcji elektromagnetycznej. Należy zauważyć, że kierunek linii sił pola magnetycznego \mathbf{H} jest zgodny z kierunkiem obrotu śruby prawoskrętnej, która porusza się zgodnie



Rysunek 7.3:

z kierunkiem wektora indukcji pola elektrycznego \mathbf{D} , jeżeli $dD/dt > 0$ i przeciwny do kierunku obrotu prawoskrętnej śruby, jeżeli $dD/dt < 0$.

Z powyższych rozważań wynika, że w ogólnym przypadku po prawej stronie prawa Ampère'a powinna występować suma prądu przewodzenia I i prądu przesunięcia I_p , przepływającego przez powierzchnię S rozpiętą na konturze C :

$$\oint_C \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = I + I_p. \quad (7.11)$$

W szczególności, we wzorze (7.3) po prawej stronie powinno występować natężenie prądu przesunięcia I_p , co wyjaśnia wspomniany paradoks. Uwzględniając wzór (7.10) otrzymujemy wówczas tzw. II równanie Maxwella (w postaci całkowej):

$$\oint_C \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = I + \frac{d\Phi_D}{dt}, \quad (7.12)$$

lub:

$$\boxed{\oint_C \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = I + \frac{d}{dt} \int_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S}}. \quad (7.13)$$

Ma ono postać podobną do prawa indukcji elektromagnetycznej Faraday'a, nazywanego I równaniem Maxwella. W celu przedstawienia ostatniego równania w postaci różniczkowej można zauważyć, że po prawej stronie prawa Ampère'a powinna w ogólnym przypadku występować suma gęstości prądu przewodzenia i prądu przesunięcia:

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{j} + \mathbf{j}_p, \quad (7.14)$$

skąd wynika równanie:

$$\boxed{\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{j} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}}. \quad (7.15)$$

Jest to II równanie Maxwella w postaci różniczkowej. Omawiane zjawisko powstawania wirowego pola magnetycznego przy zmianach w czasie pola elektrycznego jest trudne do bezpośredniego stwierdzenia doświadczalnego. Efekt taki występuje wyraźnie tylko w przypadku szybko zmiennego pola elektrycznego a jego najlepszym potwierdzeniem jest istnienie fal elektromagnetycznych.

7.2 Układ równań Maxwella

Możemy obecnie podać pełny układ równań Maxwella. Ze względu na dalsze rozważania wygodnie będzie przytoczyć te równania w postaci różniczkowej. Jak wspomniano w poprzednim podrozdziale, układ równań Maxwella składa się z czterech równań:

$$\boxed{\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}} \quad (\text{I})$$

(prawo indukcji elektromagnetycznej Faraday'a),

$$\boxed{\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{j} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}} \quad (\text{II})$$

(prawo Ampère'a uzupełnione o gęstość prądu przesunięcia),

$$\boxed{\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho} \quad (\text{III})$$

(prawo Gaussa dla wektora \mathbf{D}),

$$\boxed{\nabla \cdot \mathbf{B} = 0} \quad (\text{IV})$$

(prawo Gaussa dla wektora \mathbf{B}). Brak pełnej symetrii między równaniami (I) i (II) oraz równaniami (III) i (IV) wynika z faktu, że w przyrodzie nie istnieją „ładunki magnetyczne” (monopole magnetyczne) i związane z nimi „prądy magnetyczne”.

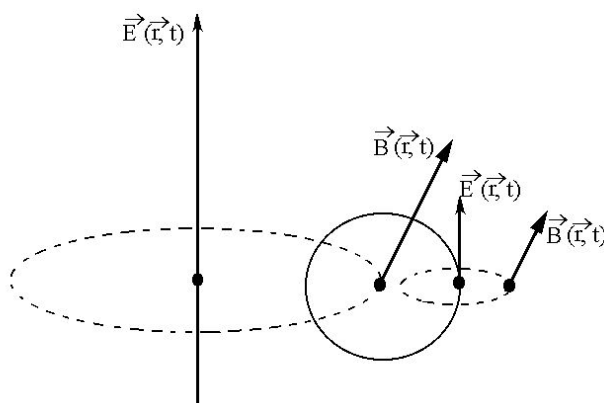
W przypadku pól elektromagnetycznych w ośrodkach materialnych do powyższego układu równań należy jeszcze dołączyć zależności, charakteryzujące elektryczne i magnetyczne własności tych ośrodków. W najprostszym przypadku zależności te mają postać:

$$\mathbf{D} = \varepsilon \varepsilon_0 \mathbf{E}, \quad (7.16)$$

$$\mathbf{B} = \mu \mu_0 \mathbf{H}, \quad (7.17)$$

$$\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E} \quad (7.18)$$

(prawo Ohma w postaci mikroskopowej). Własności ośrodka materialnego określają wówczas trzy stałe: stała dielektryczna ε , względna przenikalność



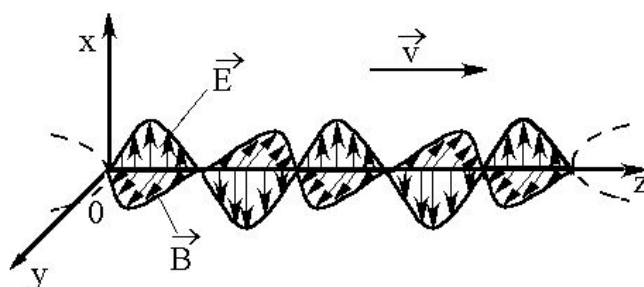
Rysunek 7.4:

magnetyczna μ oraz przewodnictwo właściwe σ . Ich wartości oraz zależność od zewnętrznych warunków, np. temperatury, są związane, jak pokazano wcześniej, z atomową budową danego ośrodka. Teoria opisująca własności elektryczne i magnetyczne ośrodków materialnych, została zapoczątkowana pod koniec XIX wieku przez H.A. Lorentza i rozwinięta następnie przez innych uczonych. Teoria Maxwella-Lorentza (z jej późniejszymi uzupełnieniami) obejmuje całokształt zjawisk, będących przedmiotem elektrodynamiki klasycznej.

Jak już wspomniano, z równań Maxwella wynika m.in. istnienie fal elektromagnetycznych. Jakościowo można wyjaśnić powstawanie fali elektromagnetycznej jak następuje (rys. 7.4). Jeżeli w pewnym obszarze przestrzeni istnieje zmienne w czasie pole elektryczne $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$, powoduje ono zgodnie z II równaniem Maxwella, powstanie w tym obszarze wirowego pola magnetycznego $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t)$, na ogół również zmiennego w czasie. Zmienne pole magnetyczne $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t)$ wytwarza z kolei zmienne pole elektryczne $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$, zgodnie z I równaniem Maxwella, itd. W ten sposób w przestrzeni rozchodzi się fala elektromagnetyczna.

7.3 Płaska fala elektromagnetyczna. Prędkość fal elektromagnetycznych

Pokażemy obecnie, że w szczególnym przypadku płaskiej, harmoniczej fali elektromagnetycznej w próżni równania Maxwella są istotnie spełnione i umożliwiają obliczenie prędkości rozchodzenia się fali. Przyjmując, że w rozpatrywanym obszarze przestrzeni nie ma ładunków elektrycznych oraz związanych z ich ruchem prądów ($\rho = 0$ i $\mathbf{j} = 0$) i uwzględniając zależności



Rysunek 7.5:

(7.16) i (7.17), można przepisać równania Maxwella w postaci:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (7.19)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}, \quad (7.20)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 0, \quad (7.21)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0. \quad (7.22)$$

Założymy, że fala elektromagnetyczna rozchodzi się w kierunku osi z układu współrzędnych z prędkością v , przy czym wektory \mathbf{E} , \mathbf{B} i \mathbf{v} są do siebie wzajemnie prostopadłe i tworzą układ prawoskrętny (rys. 7.5). Przyjmujemy więc, że fala elektromagnetyczna jest falą poprzeczną oraz, że wektory \mathbf{E} i \mathbf{B} są odpowiednio równoległe do osi x i y układu współrzędnych. Zgodnie z określeniem fali płaskiej miejsca geometryczne punktów, w których natężenie pola elektrycznego i indukcja pola magnetycznego mają stałą wartość i kierunek, są płaszczyznami prostopadłymi do osi z . Przyjmiemy jeszcze, że mamy do czynienia, jak sugeruje rysunek, z prostą falą harmoniczną, dla której wielkości E_x i B_y zmieniają się sinusoidalnie ze zmianą współrzędnej z i czasu t . Ostatnie założenie nie jest konieczne; można wykazać, że dowolne funkcje typu $E_x = v f(t - z/v)$ i $B_y = f(t - z/v)$ również spełniają równania Maxwella.

Z powyższych założeń wynika, że płaską harmoniczną falę elektromagnetyczną powinny opisywać wzory:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \hat{\mathbf{x}} E_x(z, t), \quad (7.23)$$

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \hat{\mathbf{y}} B_y(z, t), \quad (7.24)$$

gdzie:

$$E_x(z, t) = E_0 \sin [\omega (t - z/v)], \quad (7.25)$$

$$B_y(z, t) = B_0 \sin [\omega (t - z/v)] \quad (7.26)$$

(E_0 i B_0 — amplitudy natężenia pola elektrycznego i indukcji pola magnetycznego, ω — częstotliwość kątowna fali elektromagnetycznej). Sprawdzimy teraz, że podane funkcje stanowią istotnie rozwiązanie równań Maxwella. Rozpocznijmy od III-go i IV-go równania. Obliczając dywergencję pól \mathbf{E} i \mathbf{B} otrzymujemy:

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\partial E_x}{\partial x} = 0, \quad (7.27)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = \frac{\partial B_y}{\partial y} = 0 \quad (7.28)$$

(inne składowe pól \mathbf{E} i \mathbf{B} są równe zeru a składowe E_x i B_y nie zależą od x i y). III i IV równanie Maxwella są więc rzeczywiście spełnione. Należy zauważyć, że nie miałyby to miejsca w przypadku, gdyby pole \mathbf{E} lub \mathbf{B} miało różną od zera składową $E_z(z, t)$ lub $B_z(z, t)$. Równania III i IV stanowią więc warunki poprzeczności fali elektromagnetycznej, $\mathbf{E} \perp \mathbf{v}$ i $\mathbf{B} \perp \mathbf{v}$.

Rozpatrzmy teraz I-sze i II-gie równanie Maxwella. Obliczając rotację pól \mathbf{E} i \mathbf{B} dostajemy:

$$\nabla \times \mathbf{E} = \begin{vmatrix} \hat{\mathbf{x}} & \hat{\mathbf{y}} & \hat{\mathbf{z}} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_x & 0 & 0 \end{vmatrix} = \hat{\mathbf{y}} \frac{\partial E_x}{\partial z} - \hat{\mathbf{z}} \frac{\partial E_x}{\partial y} = \hat{\mathbf{y}} \frac{\partial E_x}{\partial z}, \quad (7.29)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \begin{vmatrix} \hat{\mathbf{x}} & \hat{\mathbf{y}} & \hat{\mathbf{z}} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & B_y & 0 \end{vmatrix} = -\hat{\mathbf{x}} \frac{\partial B_y}{\partial z} + \hat{\mathbf{z}} \frac{\partial B_y}{\partial x} = -\hat{\mathbf{x}} \frac{\partial B_y}{\partial z} \quad (7.30)$$

(E_x i B_y są niezależne od x i y). Wstawiając teraz wyrażenia (7.29) - (7.30) oraz (7.23) - (7.24) do I-go i II-go równania Maxwella otrzymujemy następujące równania:

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} = -\frac{\partial B_y}{\partial t}, \quad (7.31)$$

$$\frac{\partial B_y}{\partial z} = -\varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial E_x}{\partial t}. \quad (7.32)$$

Trzeba zauważyć, że w przypadku, gdyby wektory \mathbf{E} i \mathbf{B} nie były prostopadłe, I i II równanie Maxwella nie byłoby spełnione. Jeżeli np. \mathbf{B} miałyby nieznikającą składową $B_x(z, t)$, I równanie nie mogłoby zostać spełnione (po jego lewej stronie występuje wektor $\hat{\mathbf{y}} \frac{\partial E_x}{\partial z}$, mający kierunek osi y a po prawej stronie występował by wektor $\frac{\partial}{\partial t}(\hat{\mathbf{x}} B_x + \hat{\mathbf{y}} B_y)$, mający inny kierunek). Gdyby natomiast zmienić kierunek wektora \mathbf{E} lub wektora \mathbf{B} na przeciwny, to we wzorze (7.25) lub we wzorze (7.26) pojawił by się znak „-” zamiast „+”. Jak będzie widać z dalszych rachunków, wyrażenia (7.25) lub (7.26), ze zmienionym znakiem w jednym z nich, nie stanowiłyby rozwiązań I-go i II-go równania Maxwella. Równania te wyrażają więc fakt, że wektory \mathbf{E} i

\mathbf{B} są wzajemnie prostopadłe oraz, że wektory \mathbf{E} , \mathbf{B} i \mathbf{v} tworzą prawoskrętny układ.

Obliczając występujące w równaniach (7.31) i (7.32) pochodne otrzymujemy:

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} = -\frac{\omega E_0}{v} \cos [\omega (t - z/v)], \quad (7.33)$$

$$\frac{\partial B_y}{\partial z} = -\frac{\omega B_0}{v} \cos [\omega (t - z/v)], \quad (7.34)$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial t} = \omega E_0 \cos [\omega (t - z/v)], \quad (7.35)$$

$$\frac{\partial B_y}{\partial t} = \omega B_0 \cos [\omega (t - z/v)], \quad (7.36)$$

co po podstawieniu do równań (7.31) i (7.32) daje:

$$-\frac{\omega E_0}{v} \cos [\omega (t - z/v)] = -\omega B_0 \cos [\omega (t - z/v)], \quad (7.37)$$

$$-\frac{\omega B_0}{v} \cos [\omega (t - z/v)] = -\varepsilon_0 \mu_0 \omega E_0 \cos [\omega (t - z/v)], \quad (7.38)$$

czyli:

$$\frac{E_0}{v} = B_0, \quad (7.39)$$

$$\frac{B_0}{v} = \varepsilon_0 \mu_0 E_0. \quad (7.40)$$

Pierwsze z tych równań określa związek między amplitudami E_0 i B_0 . Eliminując z otrzymanych równań obie amplitudy przez przemnożenie równań otrzymujemy:

$$\frac{1}{v^2} = \varepsilon_0 \mu_0, \quad (7.41)$$

skąd wynika wzór określający prędkość v fali elektromagnetycznej w próżni:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}. \quad (7.42)$$

Obliczając tę prędkość otrzymujemy:

$$v = \sqrt{\frac{4\pi k}{\mu_0}} \approx \sqrt{\frac{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2}{4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N/A}^2}} = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (7.43)$$

(skorzystaliśmy tutaj z oznaczenia $k = 1/4\pi\varepsilon_0$, por. podrozdział 1.2). Jest to prędkość równa prędkości rozchodzenia się światła w próżni, $v = c$. Rezultat

ten doprowadził Maxwella do wniosku, że światło jest falą elektromagnetyczną. Pisząc w poprzednich wzorach c zamiast v otrzymujemy zależności:

$$\boxed{E_0 = cB_0}, \quad (7.44)$$

$$\boxed{c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}}. \quad (7.45)$$

W przypadku rozchodzenia się fali elektromagnetycznej w ośrodku materialnym o stałej dielektrycznej ε i względnej przenikalności magnetycznej μ jej prędkość, jak wynika z podobnego rachunku, wynosi:

$$\boxed{v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0}}}. \quad (7.46)$$

Biorąc pod uwagę, że dla ośrodków nieferromagnetycznych $\mu \approx 1$, związek między prędkością fali elektromagnetycznej w próżni i w ośrodku materialnym można w przybliżeniu zapisać jako:

$$v \approx \frac{c}{\sqrt{\varepsilon}}. \quad (7.47)$$

Ponieważ stała dielektryczna $\varepsilon > 1$, prędkość rozchodzenia się fali elektromagnetycznej w ośrodku materialnym jest mniejsza niż w próżni, $v < c$. Jak okazuje się, stała dielektryczna ośrodka, znajdującego się w zmiennym polu elektrycznym, zależy od częstotliwości zmian tego pola. We wszystkich ośrodkach materialnych występuje w związku z tym zjawisko zależności prędkości fal elektromagnetycznych od ich częstotliwości, zwane dyspersją fal elektromagnetycznych.

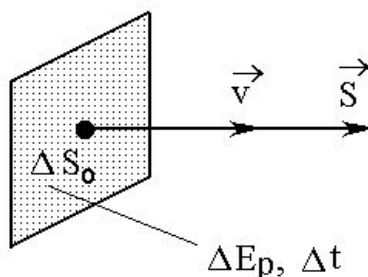
Interesujące jest przedyskutowanie wzoru (7.45) z punktu widzenia wyboru układu jednostek elektromagnetycznych. Jeżeli założymy, że została zmieniona jednostka natężenia prądu i co za tym idzie — jednostka ładunku elektrycznego, to biorąc pod uwagę, że siła oddziaływania dwóch przewodników z prądem oraz dwóch ładunków nie może zależeć od przyjętego układu jednostek, muszą być spełnione zależności (wielkości wyrażone w „nowych” jednostkach oznaczono primami):

$$F_m = \frac{\mu_0 I^2 l}{2\pi r} = \frac{\mu'_0 I'^2 l}{2\pi r}, \quad (7.48)$$

$$F_e = \frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{Q'^2}{4\pi\varepsilon'_0 r^2}. \quad (7.49)$$

Ponieważ

$$\frac{I'}{I} = \frac{Q'}{Q}, \quad (7.50)$$



Rysunek 7.6:

wartość iloczynu

$$\varepsilon'_0 \mu'_0 = \varepsilon_0 \mu_0 = \text{const}, \quad (7.51)$$

niezależnie od wybranego układu jednostek. Zgodnie ze wzorem (7.45) iloczyn stałych ε_0 i μ_0 jest prosto związany z prędkością fali elektromagnetycznej w próżni:

$$\varepsilon_0 \mu_0 = \frac{1}{c^2}. \quad (7.52)$$

Pole elektromagnetyczne posiada, jak wykazano wcześniej (podrozdział 6.3), określoną energię. Dlatego rozchodzenie się fal elektromagnetycznych związane jest z przenoszeniem energii pola, podobnie jak rozchodzeniu się fal sprężystych w ciele stałym towarzyszy przenoszenie energii mechanicznej. Dla płaskiej fali elektromagnetycznej prędkość przepływu energii przez daną powierzchnię można opisać tzw. *wektorem Poyntinga* \mathbf{S} . Kierunek wektora Poyntinga jest zgodny z kierunkiem wektora \mathbf{v} prędkości fali a jego wartość liczbową jest równa mocy fali, przenoszonej przez jednostkową powierzchnię, prostopadłą do wektora \mathbf{v} (rys. 7.6). Zatem:

$$\boxed{S = \frac{\Delta E_p}{\Delta S_0 \Delta t}}, \quad (7.53)$$

$$[S] = \frac{\text{W}}{\text{m}^2}, \quad (7.54)$$

gdzie ΔE_p — energia fali, przechodząca w czasie Δt przez powierzchnię ΔS_0 . Z definicji gęstości objętościowej w energii pola elektromagnetycznego wynika, że:

$$\mathbf{S} = w\mathbf{v}. \quad (7.55)$$

Ponieważ gęstość energii w można wyrazić jako:

$$w = \frac{1}{2}(\varepsilon\varepsilon_0 E^2 + \mu\mu_0 H^2), \quad (7.56)$$

to, biorąc pod uwagę, że dla fali elektromagnetycznej zachodzi związek

$$B = \frac{E}{v} \quad (7.57)$$

(por. wzór (7.39)), otrzymujemy:

$$w_e = \frac{1}{2}\varepsilon\varepsilon_0 E^2 = \frac{1}{2}\varepsilon\varepsilon_0 E \cdot vB = \frac{1}{2}\varepsilon\varepsilon_0 E \cdot v\mu\mu_0 H = \frac{EH}{2v}, \quad (7.58)$$

$$w_m = \frac{1}{2}\mu\mu_0 H^2 = \frac{1}{2}\mu\mu_0 \cdot \frac{B}{\mu\mu_0} \cdot H = \frac{EH}{2v}. \quad (7.59)$$

W przypadku fali elektromagnetycznej gęstość energii pola elektrycznego i pola magnetycznego jest więc jednakowa, a jej całkowita gęstość energii wynosi:

$$w = \frac{EH}{v}. \quad (7.60)$$

Wektor Poyntinga \mathbf{S} rozpatrywanej fali elektromagnetycznej można więc wyrazić wzorem:

$$\mathbf{S} = EH\hat{v}, \quad (7.61)$$

albo, biorąc pod uwagę kierunki wektorów \mathbf{E} , \mathbf{H} i \mathbf{v} , wzorem:

$$\boxed{\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}}. \quad (7.62)$$

Spis treści

1	Elektrostatyka	3
1.1	Ładunek elektryczny. Przewodniki i izolatory. Prawo zachowania ładunku	3
1.2	Prawo Coulomba. Jednostka ładunku. Gęstość ładunku . . .	4
1.3	Zakres stosowalności prawa Coulomba. Ładunek elementarny	8
1.4	Pole elektrostatyczne. Natężenie i linie sił pola	12
1.5	Strumień pola elektrostatycznego. Prawo Gaussa	18
1.6	Różniczkowa postać prawa Gaussa	25
1.7	Energia potencjalna ładunku w polu elektrostatycznym . . .	28
1.8	Potencjał pola elektrostatycznego	33
1.9	Związek między potencjałem i natężeniem pola elektrostatycznego	36
1.10	Bezwirowość pola elektrostatycznego	41
1.11	Dipol elektryczny	45
1.12	Ładunki elektryczne na przewodnikach	50
1.13	Pojemność elektryczna. Kondensatory	56
1.14	Gęstość energii pola elektrostatycznego	61
2	Elektrostatyka — dielektryki	65
2.1	Stała dielektryczna. Ładunki polaryzacyjne	65
2.2	Prawo Gaussa dla dielektryków. Wektor indukcji elektrycznej	69
2.3	Dielektryki niepolarne	73
2.4	Dielektryki polarne	76
2.5	Ferroelektryki, elektrety, piezoelektryki	79
3	Prąd elektryczny stały	83
3.1	Natężenie i gęstość prądu. Równanie ciągłości	83
3.2	Prawo Ohma i prawo Joule’a-Lenza	87
3.3	Siła elektromotoryczna. Prawo Ohma dla obwodu zamkniętego	92
3.4	Klasyczna teoria przewodnictwa elektrycznego metali	96
4	Magnetostatyka	103
4.1	Pole magnetyczne. Siła Lorentza. Wektor indukcji magnetycznej	103

4.2	Ruch naładowanych cząstek w polu magnetycznym	107
4.3	Siła działająca na przewodnik z prądem w polu magnetycznym	113
4.4	Prawo Biota-Savarta-Laplace'a	116
4.5	Prawo Ampère'a	121
5	Magnetostatyka — ośrodki materialne	127
5.1	Przenikalność magnetyczna. Wektor namagnesowania	127
5.2	Prawo Ampère'a dla obwodów z prądem w ośrodkach materialnych	132
5.3	Moment magnetyczny atomu	136
5.4	Atom w polu magnetycznym	139
5.5	Diamagnetyki i paramagnetyki	143
5.6	Ferromagnetyki	146
6	Indukcja elektromagnetyczna	157
6.1	Zjawisko indukcji elektromagnetycznej	157
6.2	Zjawiska indukcji wzajemnej i samoindukcji	165
6.3	Gęstość energii pola magnetycznego	168
6.4	Prąd zmienny	172
7	Fale elektromagnetyczne	175
7.1	Prąd przesunięcia. II równanie Maxwella	175
7.2	Układ równań Maxwella	179
7.3	Płaska fala elektromagnetyczna. Prędkość fal elektromagnetycznych	180

Bibliografia

- [1] B. Jaworski, A. Dietłaf, L. Miłkowska — Kurs fizyki, t. II
- [2] D. Halliday, R. Resnick — Fizyka, t. II
- [3] J. Massalski, M. Massalska — Fizyka dla inżynierów, t. I - II
- [4] R.P. Feynman, R.B. Leighton, M. Sands — Feynmana wykłady z fizyki, t. II
- [5] E.M. Purcell — Elektryczność i magnetyzm
- [6] W. Kolka — Zadania z wybranych działów fizyki, cz. I (skrypt PG)

Pozycje 4-5 obejmują bardziej zaawansowane zagadnienia. W pozycji 5 stosuje się układ jednostek CGS.