

XXXVIII OLIMPIADA FIZYCZNA ETAP I

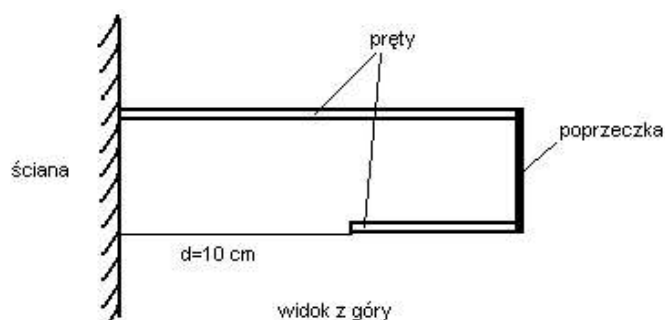
Zadanie teoretyczne

ZADANIE T4

Nazwa zadania: „Rozszerzające się pręciki”

Konieczne jest utrzymanie pewnego małego obiektu w stałej odległości $d=10\text{ cm}$ od ściany niezależnie od temperatury w zakresie temperatur od 0° do 100° C .

W tym celu skonstruowano układ pokazany na ryc. 13 składający się z



ryc. 13

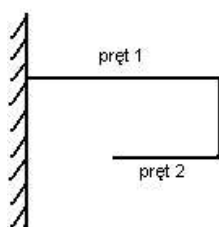
prętów: miedzianego i stalowego połączonych poprzeczką. Oblicz długość prętów l_1 i l_2 w 0° C wiedząc, że współczynniki rozszerzalności liniowej miedzi wynoszą

$$\alpha_{\text{Cu}} = 20 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1} \quad \text{i} \quad \alpha_{\text{Fe}} = 12 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}.$$

Z czego wykonany jest dłuższy pręt? Omów założenia poczynione w rozwiązaniu.

ROZWIĄZANIE ZADANIA T4

Oznaczamy długość prętów (ryc. 14) w temperaturze T_0 przez l_{10} i l_{20} .



ryc. 14

W temperaturze T ich długości wynosić będą

$$\begin{aligned} l_1 &= l_{10} (1 + \alpha_1 \Delta T) \\ l_2 &= l_{20} (1 + \alpha_2 \Delta T) \end{aligned} \quad (1)$$

gdzie

$$\Delta T = T - T_0$$

Odległość przedmiotu od ściany wynosi w temperaturze T_0

$$d_0 = l_{10} - l_{20}$$

a w temperaturze T :

$$d_1 = l_1 - l_2 = l_{10} - l_{20} + (l_{10} \alpha_1 - l_{20} \alpha_2) \Delta T = d_0 + (l_{10} \alpha_1 - l_{20} \alpha_2) \Delta T \quad (2)$$

Aby d_1 było równe d_0 bez względu na temperaturę, wyrażenie przez które mnożone jest ΔT we wzorze (2) musi być równe 0.

Stąd

$$\begin{aligned} l_{10} \alpha_1 - l_{20} \alpha_2 &= 0 \\ \frac{l_{10}}{l_{20}} &= \frac{\alpha_2}{\alpha_1} \end{aligned} \quad (3)$$

Ponieważ $\alpha_{Cu} > \alpha_{Fe}$ więc dłuższy pręt powinien być stalowy. Eliminując l_{20} z wzoru (3) dostajemy

$$l_{10} = \frac{d}{1 - \frac{\alpha_1}{\alpha_2}}$$

Podstawiając dane liczbowe otrzymujemy:

$$\begin{aligned} l_{0Fe} &= \frac{d}{1 - \frac{\alpha_{Fe}}{\alpha_{Cu}}} = 25 \text{ cm} \\ l_{0Cu} &= 15 \text{ cm} \end{aligned}$$

Podstawowym założeniem było przyjęcie liniowego wzrostu długości prętów ze wzrostem temperatury (wzór 1). Istotnie stosując ten wzór dla wzrostu długości przy wzroście temperatury od T_0 do T_1 , a następnie od T_1 do T_2 dostajemy

$$l(T_2) = l(T_1)(1 + \alpha(T_2 - T_1)) = l(T_0)(1 + \alpha(T_2 - T_1))(1 + \alpha(T_1 - T_0))$$

Podczas, gdy stosując ten wzór (1) do obliczania długości przy wzroście temperatury od T_0 do T_2 dostalibyśmy

$$l(T_2) = l(T_0)(1 + \alpha(T_2 - T_0))$$

Różnica otrzymanych w ten sposób długości wynosi

$$\alpha^2 (T_2 - T_1)(T_1 - T_0)$$

Wzory (1) są słuszne o ile $\alpha \Delta T \ll 1$ czyli przy niewielkich różnicach temperatur.

Zadanie pochodzi z „Druk OF”

Komitet Okręgowy Olimpiady Fizycznej w Szczecinie
www.of.szcz.pl