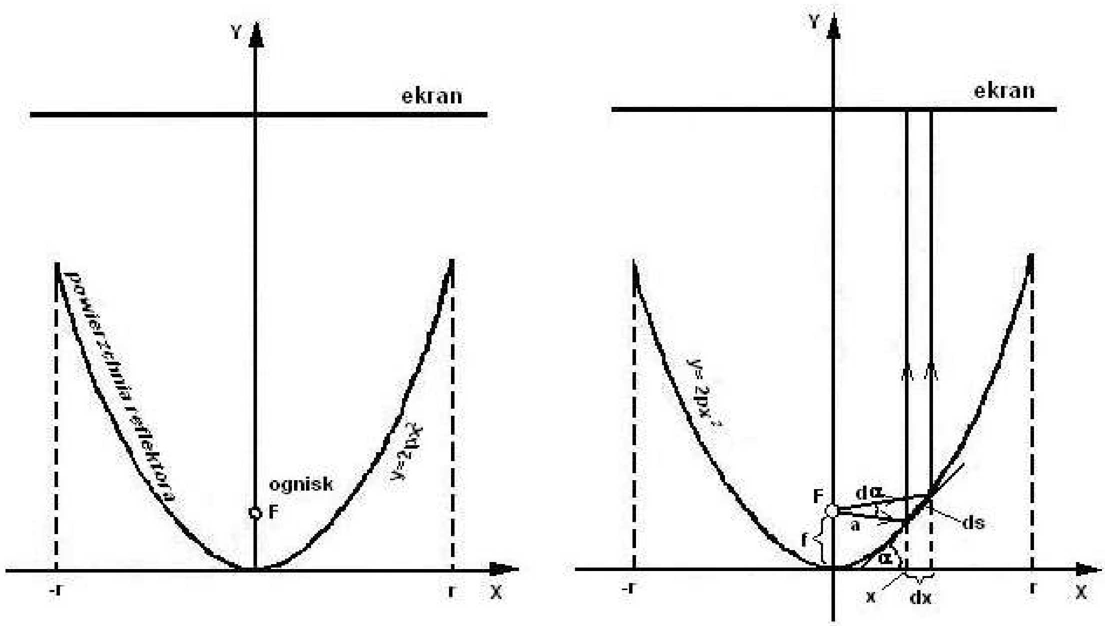
XXXVIII OLIMPIADA FIZYCZNA ETAP I
Zadania teoretyczne

ZADANIE T4

Nazwa zadania: „Natężenie światła”

W ognisku parabolicznego reflektora o promieniu ***r***, pokazanego w przekroju na rysunku 28, znajduje się izotropowe, punktowe źródło światła o natężeniu ***I***. Prostopadle do osi paraboloidy umieszczono ekran. Wyznacz natężenie padającego na ekran w zależności od zmiennej ***x***. Przedyskutuj wynik ze względu na odległość ekranu od ogniska. Absorpcję światła w ośrodku pomijamy.



ROZWIĄZANIE ZADANIA T4

Ekran znajdujący się na osi parabolicznego reflektora jest oświetlony zarówno światłem bezpośrednim emitowanym z punktu źródła umieszczonego w ognisku ***F*** reflektora, jak i światłem odbitym od zwierciadła.

Zgodnie z warunkami zadania możemy rozpatrzyć bieg promieni świetlnych w płaszczyźnie symetrii przechodzącą przez główną oś optyczną zwierciadła (rys. 29). Równanie paraboli ma postać: y = 2px^2. Stąd współrzędne ogniska wynoszą

$$(0, f) = \left(0, \frac{1}{8p}\right)$$

Ponieważ źródło światła jest umieszczone w ognisku, wiązka odbita od paraboli jest wiązką równoległą.

Obliczymy, ile energii świetlnej odbitej od zwierciadła pada na element ***dx*** ekranu. Zgodnie z rysunkiem 29

$$\frac{dx}{ds} = \cos a = \frac{1}{\sqrt{1 - tg^2 a}}$$

Ponieważ

$$tga = y' = 4px$$

to

$$\frac{dx}{ds} = \cos a = \frac{1}{\sqrt{1-16px^2}} \tag{1}$$

Stąd

$$ds = \sqrt{1+16px^2}\,dx$$

Powierzchnia obrotowa utworzona przez ***ds*** wynosi

$$dS = 2\pi x ds = 2\pi x\sqrt{1-16px^2}\,dx \tag{2}$$

Energia świetlna ***dI*** padająca na powierzchnię ***ds*** jest równa

$$\frac{dI}{I} = \frac{dS}{4\pi a^2}\cos a \tag{3}$$

Podstawiając (1), (2) mamy

$$dI = \frac{I}{4\pi a^2}dS\cos a = \frac{Ixdx}{2a^2} \tag{4}$$

gdzie: a – odległość punktu paraboli ($x,2px^2$) od ogniska $\left(0,\frac{1}{8p}\right)$

$$a^2 = x^2 + \left(2px^2 - \frac{1}{8p}\right)^2 \tag{5}$$

Odbita od powierzchni zwierciadła wiązka światła o energii Di oświetla w odległości x od jego osi pierścień o szerokości dx. Pole tego pierścienia wynosi

$$dP = 2\pi x dx \tag{6}$$

Szukane oświetlenie ekranu przez wiązkę odbitą wynosi

$$I(x) = \frac{dI}{dP} \tag{7}$$

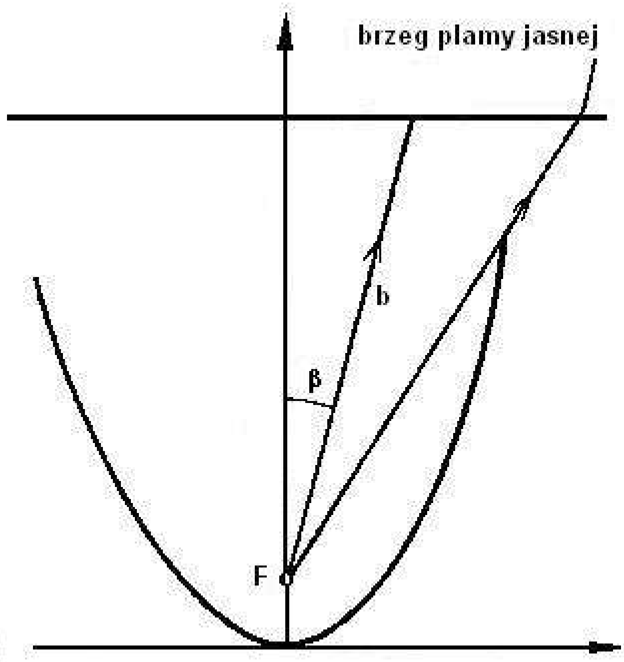
co po skorzystaniu z wzorów (4), (5), (6), daje szukaną zależność natężenia światła odbitego od zwierciadła w funkcji odległości od osi reflektora

$$I(x) = \frac{I}{4\pi}\frac{1}{x^2 + \left(2px^2 - \frac{1}{8p}\right)^2} \tag{8}$$

Wiązka odbita na ekranie krążek o średnicy ***2r*** (rys. 29). Oświetlenie to jest nierównomierne. Dla ***x*** równego zeru ***(x = 0)*** funkcja ***I(x)*** ma ekstremum. Jest to maksimum. Ponieważ wiązka odbita jest równoległa, więc oświetlenie ekranu przez tę wiązkę nie zależy od odległości ekranu od zwierciadła.

Oświetlenie ekranu światłem bezpośrednim jest niejednorodne i również daje na ekranie krążek, którego średnica jest wyznaczona przez cień geometrycznego reflektora (rys. 30). Poza tym oświetlenie ekranu jest odwrotnie proporcjonalne do $\boldsymbol{b^2}$, tzn. odległości punktu ekranu od źródła światła i proporcjonalnie do $\cos\beta$.

Dla dużych odległości od zwierciadła ekran jest oświetlony, praktycznie biorąc, tylko przez światło odbite. Dla małych odległości ekranu od ogniska, całkowite oświetlenie ekranu może być istotnie różne od oświetlenia tylko światłem odbitym.



Rys. 30

(brak punktacji)

Źródło:
Zadanie pochodzi z czasopisma „Fizyka w Szkole”

Komitet Główny Olimpiady Fizycznej w Szczecinie
www.of.szc.pl