

# XXXVIII OLIMPIADA FIZYCZNA ETAP II

## Zadania teoretyczne

### ZADANIE T2

Znaczna ilość drobnych cząstek obdarzonych jednoimiennymi ładunkami  $e$  tworzy chmurę pyłu o całkowitym ładunku  $Q$ . Chmura ta umieszczona jest w kulistosymetrycznym polu sił zewnętrznych o potencjale  $V(r) = b^2 r^2 / 2$ , gdzie  $r$  oznacza odległość od centrum siły, a  $b$  jest parametrem. W stanie równowagi gdy cząstki są nieruchome, chmura ta ma kształt kuli. Wyznacz promień tej kuli traktując ją jako ciągły rozkład ładunku.

### ROZWIĄZANIE ZADANIA T2

Cząstki pyłu odpychają się siłami kulombowskimi i jednocześnie przyciągane są do centrum przez siłę zewnętrzną. W rezultacie ustala się równowaga. Z warunku kulistej symetrii sił zewnętrznych wnioskujemy, że chmura naładowanych cząsteczek ma kształt kuli.

Aby wyznaczyć promień kuli należy rozpatrzeć siły działające na cząstkę znajdującą się w odległości  $r$  od centrum sił zewnętrznych i założyć ich znikanie. Siła przyciągająca cząstkę do centrum ma wartość:

$$F(r) = b^2 r.$$

Siła odpychająca cząstkę od centrum jest sumą sił odpychania kulombowskiego pomiędzy cząstkami. Jej wielkość można wyrazić przez wartość natężenia pola elektrycznego wytwarzanego przez pozostałe cząstki. Oznaczając natężenie pola elektrycznego przez  $E(r)$  dostajemy z warunku równowagi sił:

$$eE(r) = b^2 r.$$

A zatem pole elektryczne wytwarzane przez cząstki musi zależeć od odległości od centrum sił według wzoru:

$$E(r) = (b^2 / e)r. \quad (1)$$

Należy teraz wyznaczyć, jaki rozkład ładunku prowadzi do powyższego pola elektrostatycznego. Skorzystamy w tym celu z prawa Gaussa. Prawo to stwierdza, że strumień pola elektrycznego przez zamkniętą powierzchnię jest proporcjonalny do wartości ładunku elektrycznego zawartego wewnątrz tej powierzchni.

Jako wybraną powierzchnię weźmiemy dwie strefy o środkach w centrum sił zewnętrznych i promieniach  $r$  oraz  $r + \Delta r$ . Strumień pola elektrycznego przez wybraną powierzchnię wynosi:

$$S = 4\pi (r + \Delta r)^2 E(r + \Delta r) - 4\pi r^2 E(r).$$

Podstawiając wyrażenie (1) na pole elektryczne widzimy, że dla małych  $\Delta r$  wartość strumienia wynosi:

$$S = 12\pi (b^2 / e)r^2 \Delta r.$$

Objętość zawarta pomiędzy tymi sferami wynosi:

$$\frac{4\pi}{3} (r + \Delta r)^3 - \frac{4\pi}{3} r^3,$$

co dla małych  $\Delta r$  przyjmuje postać  $4\pi r^2 \Delta r$ . Oznaczamy gęstość ładunku pomiędzy wybranymi sferami przez  $\rho(r)$ . Z prawa Gaussa:

$$S = \frac{q}{\epsilon_0}$$

dostajemy:

$$12\pi(b^2/e)r^2 \Delta r = \frac{4\pi}{\epsilon_0} r^2 \Delta r \rho(r).$$

Stąd widzimy, że:

$$\rho(r) = 3\epsilon_0(b^2/e), \quad (2)$$

a zatem gęstość ładunku jest stała.

(Wynik ten można zresztą łatwo zgadnąć z wzoru (1). Wiadomo bowiem, że kula naładowana ze stałą gęstością ładunku wytwarza w swoim wnętrzu pole elektryczne proporcjonalne do odległości od środka kuli).

Znając gęstość ładunku chmury i wiedząc, że gęstość ta jest stała wyznaczamy promień:

$$\frac{4\pi}{3} R^3 \rho = Q.$$

Ostatecznie:

$$R = \sqrt[3]{\frac{eQ}{4\pi\epsilon_0 b^2}}.$$

(3)

Wniosek końcowy: chmura ma kształt kuli o gęstości i promieniu danym ostatnim wzorem.

Punktacja

Za podanie warunku równowagi sił 1 p.

Za wyznaczenie pola elektrostatycznego (wzór 1) 2 p.

Za wyznaczenie gęstości ładunku (wzór 2) 5 p.

Za wyznaczenie promienia kuli (wzór 3)

2 p.

Źródło:  
Zadanie pochodzi z „Druk OF” 88/89

Komitet Okręgowy Olimpiady Fizycznej w Szczecinie  
[www.of.szc.pl](http://www.of.szc.pl)