

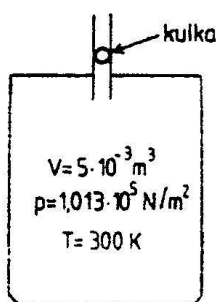
XXXVIII OLIMPIADA FIZYCZNA ETAP III

Zadanie teoretyczne

ZADANIE T1

Nazwa zadania: „Jaki to gaz?”

Naczynie wypełnione gazem ma objętość $V = 5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$. Do naczynia dołączona jest pionowa rurka o polu przekroju $S = 1,0 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$ i długości $L = 0,5 \text{ m}$. U góry rurki umieszczono kulkę metalową o masie $m = 5,0 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$ uniemożliwiając wydostanie się gazu z naczynia (rzc.1.).



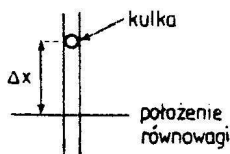
Rzc.1.

Kulka ta może poruszać się bez tarcia wzdłuż rurki. Ciśnienie gazu w naczyniu jest równe ciśnieniu atmosferycznemu i wynosi $p = 1,013 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ (101,3 kPa), a temperatura wewnątrz i zewnątrz naczynia wynosi $T = 300 \text{ K}$. Gdy kulkę zwolniono zaczęła ona wykonywać małe drgania o okresie $\tau = 0,834 \text{ s}$. Przyjmij, że przepływ ciepła między gazem a ściankami naczynia można pominąć. Który z dwóch gazów znajduje się w naczyniu: azot czy argon?

ROZWIĄZANIE ZADANIA T1

Poruszając się wzdłuż rurki kulka powoduje sprężanie i rozprężanie gazu w naczyniu. Ze względu na warunki określone w zadaniu (brak przepływu ciepła między gazem a ściankami naczynia) jest to sprężanie lub rozprężanie adiabatyczne.

Wyznamy najpierw położenie równowagi kulki (rzc.2.). W położeniu równowagi ciężar kulki wywiera dodatkowe ciśnienie na gaz.



Rzc.2. Kulka drgająca w rurce

Wskutek tego ciśnienie gazu w naczyniu wynosi $p_1 = p + mg/S$, gdzie g jest przyspieszeniem ziemskim. Podstawiając dane liczbowe stwierdzamy, że to dodatkowe ciśnienie mg/S wynosi około $5,1 \text{ N/m}^2$, jest więc pomijalne w stosunku do ciśnienia atmosferycznego. Objętość gazu też jest nieco mniejsza; zmiana objętości gazu pod wpływem tego dodatkowego ciśnienia mg/S wynosi (przy niezmięionej temperaturze)

$$-Vmg / pS = -2,52 \cdot 10^{-7} \text{ m}^3$$

Wobec tak małych zmian zarówno ciśnienie jak i objętość gazu utrzymującego kulkę można przyrównać do odpowiednich wartości bez kulki.

Rozważmy teraz proces adiabatycznego sprężania gazu przez opadającą w rurce kulkę. Spełnione jest równanie adiabaty $pV^\gamma = C$, gdzie C jest pewną stałą, a γ jest stosunkiem ciepła właściwego przy stałym ciśnieniu do ciepła właściwego przy stałej objętości. Przesunięcie się kulki o pewien niewielki odcinek Δx od położenia równowagi powoduje zmianę objętości gazu o $\Delta V = S\Delta x$. Ta zmiana objętości prowadzi do pewnej zmiany ciśnienia Δp . Aby obliczyć Δp korzystamy z równania adiabaty. Dla niewielkich przyrostów objętości znajdujemy:

$$\Delta p = \Delta V \frac{dp}{dV} = -\gamma \Delta V C V^{-\gamma-1} = -\gamma \Delta V \frac{p}{V}$$

W równaniu tym p i V oznaczają wartości ciśnienia i objętości gazu w położeniu równowagi kulki, które — jak pokazaliśmy — nie różnią się istotnie od ciśnienia atmosferycznego i objętości $V = 5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$. Ponieważ przy ruchu kulki wzdłuż rurki zmiana objętości gazu ΔV równa jest $S\Delta x$, zatem stwierdzamy, że przyrost ciśnienia w gazie jest proporcjonalny do wychylenia kulki z położenia równowagi. To zmienione ciśnienie gazu w stosunku do ciśnienia atmosferycznego prowadzi do wypadkowej siły zwracającej działającej na kulkę. Wartość tej siły wynosi $F = S\Delta p$

A zatem

$$F = -\gamma S^2 \frac{p}{V} \Delta x$$

Widzimy, że wartość siły jest proporcjonalna do wychylenia kulki z położenia równowagi. A zatem ruch kulki jest okresowy z okresem

$$\tau = 2\pi \sqrt{\frac{Vm}{\gamma p S^2}}$$

Przyrównując tak znaną wartość do wartości podanej w treści zadania możemy wyznaczyć γ . Dostajemy

$$\gamma = \frac{4\pi^2 mV}{\tau^2 p S^2}$$

Wstawiając dane liczbowe dostajemy $\gamma = 1,40$. Jak wiadomo, wielkość γ jest związana z ilością stopni swobody cząsteczek tworzących gaz. Dla gazów jednoatomowych γ przyjmuje wartość $5/3 = 1,667$, dla gazów dwuatomowych γ przyjmuje wartość $7/5 = 1,40$. A zatem wykazane zostało, że w naczyniu znajduje się gaz dwuatomowy, a więc azot. Atomy argonu nie tworzą cząsteczek dwuatomowych.

Źródło:

Zadanie pochodzi z czasopisma „Fizyka w Szkole” 5/1989

Komitet Okręgowy Olimpiady Fizycznej w Szczecinie
www.of.szcz.pl