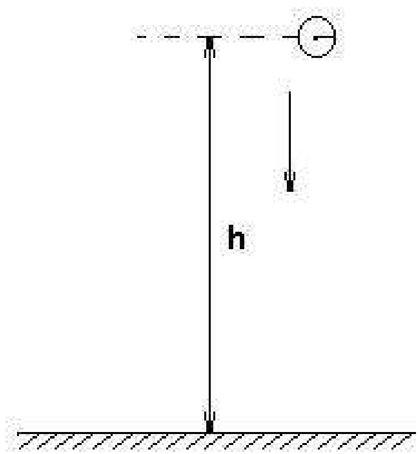
XXXVII OLIMPIADA FIZYCZNA ETAP WSTĘPNY
Zadanie teoretyczne

Rozwiąż dowolnie przez siebie wybrane dwa spośród poniższych trzech zadań:

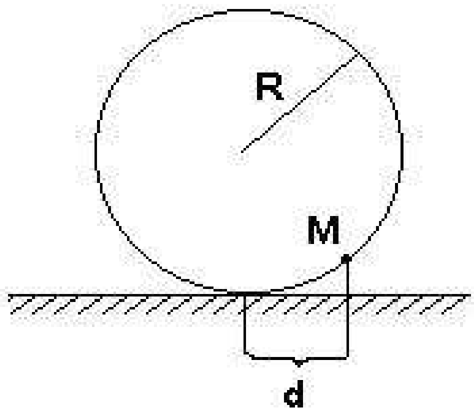
Zadanie T1

Nazwa zadania: „Kropelki”

A. Kulista kropelka rtęci o promieniu R spada z pewnej wysokości h i rozbija się podczas zderzenia na n jednakowych kropelek, również kulistych (rys. 1). Znajdź minimalną



rys.1



rys.2

wysokość h_0, poniżej której rozbicie kropelki rtęci na określoną liczbę n mniejszych kropelek jest niemożliwe.

Obliczenia liczbowe wykonaj przyjmując dane: R= 1 mm, gęstość rtęci $\rho = 13{,}550\, g/cm^3$, napięcie powierzchniowe rtęci $\sigma = 0{,}5\, N/m$, liczba kropelek po rozbiciu n=1000.

Zakładamy, że podczas rozważanego procesu temperaturę rtęci ulega zmianie.

Nazwa zadania: „Obręcz i jej okres drgań”

B. Do cienkiej nieważkiej obręczy o promieniu R=1m przyczepiono punkt materialny o masie M=1 kg i umieszczono na poziomej płaszczyźnie tak, by oś obręczy była równoległa do tej płaszczyzny. Następnie obręcz wychylono z położenia równowagi o d=0,01 m, zgodnie z rys. 2, i puszczono. Znajdź okres drgań układu. Zakładamy, że obręcz toczy się bez poślizgu.

Nazwa zadania: „Przewodniki”

C. Przewodnik ładujemy poprzez wielokrotne stykanie z drugim przewodnikiem, którego ładunek po każdym zetknięciu jest uzupełniany do Q. Jaki graniczny ładunek można zgromadzić na pierwszym przewodniku, jeśli po pierwszym zetknięciu zgromadził się na nim ładunek q ?

ROZWIĄZANIE ZADANIA T1

A. Rozbicie kropli na kilka części zwiększa powierzchnię rtęci a więc zwiększa energię powierzchniową, związaną z napięciem powierzchniowym. Zmiana ta wynosi (przy rozbiciu na *n* jednakowych kulistych kropelek)

$$\Delta E = \left(n \cdot 4\pi r^2 - 4\pi R^2\right)\sigma$$

gdzie r oznacza wspólny promień mniejszych kropelek. Mamy oczywiście

$$\frac{4}{3}\pi R^3 = n \cdot \frac{4}{3}\pi r^3$$

(objętość rtęci przed i po rozbiciu na kropelki pozostaje taka sama).

$$\Delta E = 4\pi R^2\left(n^{\frac{1}{3}} - 1\right)\sigma$$ **(0.5 pkt)**

Rozbicie kropli na *n* kropelek z pewnością nie będzie możliwe, gdy energia potencjalna kropli na początku (liczona względem podłoża) będzie mniejsza niż ΔE. W granicy przypadku mamy

$$mgh_0 = \Delta E \qquad (1)$$ **(1 pkt)**

gdzie *m* oznacza masę kropli.

$$m = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho$$

(ρ - gęstość rtęci).

Uwzględniając pozostałe zależności, ze związku (1) dostajemy

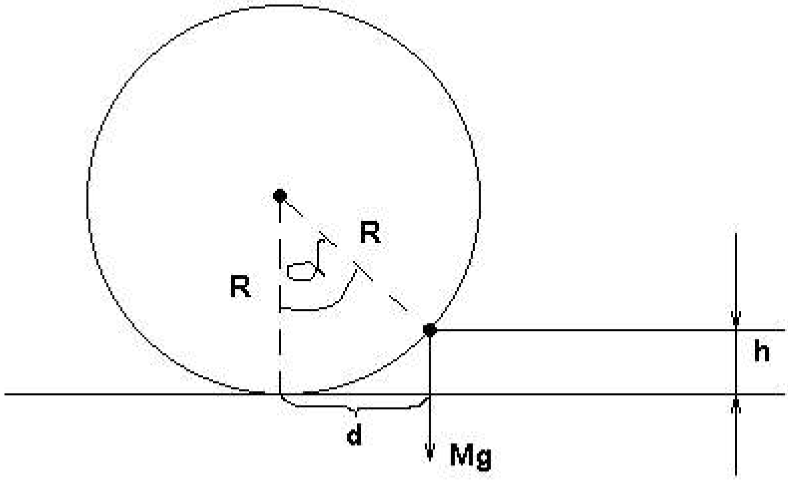
$$h_0 = \frac{3\left(n^{\frac{1}{3}} - 1\right)\sigma}{R\rho g}$$

Liczbowo

$$h_0 = 10\,cm$$ **(0.5 pkt)**

W rozważaniach powyższych nie uwzględniono energii kinetycznej kropelek powstałych po rozbiciu kropli pierwotnej. Niewątpliwie energia ta, gdyby można ją było prosto uwzględnić, spowodowałaby zwiększenie wartości h_0. Poza tym w obliczeniach przyjęto, że energia potencjalna kropelek po rozbiciu jest równa zeru. Dla bardzo dużego *n* jest to uzasadnione. Dla małych *n* należałoby jednak uwzględnić, że środek masy kropelek po rozbiciu znajduje się na wysokości *r* nad podłożem.

B. Dla małych wychyleń przyjąć można, że ruch masy *M* zachodzi pionowo na drodze *h* (rys.20). Czas spadku $t = \sqrt{2h/g}$



rys.20

Okres ruchu wynosi oczywiście

$$T = 2t = 2\sqrt{2h/g}$$

Mamy ponadto

$$h = d\sin\alpha = R\sin^2\alpha \quad \textbf{(1 pkt)}$$

$$\sin n\alpha \approx \frac{d}{R}$$

$$h \approx R\frac{d^2}{R^2} = \frac{d^2}{R}$$

A zatem

$$T \approx 2s\sqrt{\frac{2}{gR}} \quad \textbf{(1 pkt)}$$

Rozważany ruch, chociaż jest ruchem okresowym, nie jest ruchem harmonicznym. W rozważaniach uwzględniono fakt, że d/R jest małe. Tylko wtedy bowiem ruch masy *M* można uważać za ruch wzdłuż linii pionowej oraz $\sin\alpha = d/R$.

C. Niech pojemność (względem nieskończoności) przewodnika ładowanego wynosi C_1 , a przewodnika ładującego - C_2.

Ładunki na pierwszym i drugim przewodniku w czasie zetknięcia oznaczamy przez q_1 i q_2. Mamy

$$q_1 = C_1 V \;\; i \;\; q_2 = C_2 V$$

gdzie *V* jest wspólnym potencjałem obu przewodników. Mamy stąd

$$\frac{q_1}{q_2} = \frac{C_1}{C_2} \quad \textbf{(1 pkt)}$$

Widać, że w czasie każdego zetknięcie stosunek ładunków na przewodnikach jest taki sam i równa się stosunkowi ich pojemności.

Po pierwszym zetknięciu mamy:

$$q_1 = q \;\; i \;\; q_2 = Q - q$$

Stąd

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{q}{Q - q}$$

Ponieważ po każdym zetknięciu ładunek drugiego przewodnika jest uzupełniany do Q więc ładunek na pierwszym przewodniku po wielu operacjach zetknięcia wynosi

$$q_{końco} = \frac{q}{Q-q}Q$$ **(1 pkt)**

Źródło:
Zadanie pochodzi z „Druk OF”

Komitet Okręgowy Olimpiady Fizycznej w Szczecinie
www.of.szc.pl