

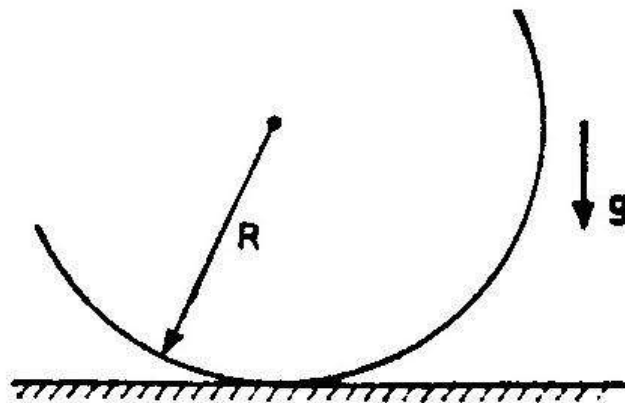
XXXVI OLIMPIADA FIZYCZNA ETAP I

Zadanie teoretyczne.

ZADANIE T4

Nazwa zadania: „Bryła sztywna”

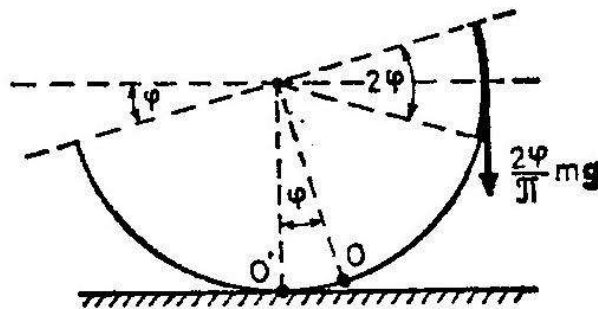
Cienki jednorodny pierścień o promieniu R przecięto na dwa równe półpierścienie. Jeden z tych półpierścieni położono na płaszczyźnie poziomej i wytrącono z równowagi w sposób przedstawiony na ryc. 7. Zakładając brak poślizgu oblicz okres małych drgań pierścieniu.



Ryc. 7

ROZWIĄZANIE ZADANIA T4

Korzystając z założenia o braku poślizgu zadanie najwygodniej rozwiązywać rozpatrując drgania bryły wokół chwilowej osi obrotu przechodzącej przez punkt styczności bryły z podłożem (ryc. 8).



Ryc. 8

Po wychyleniu bryły o kąt Φ od położenia równowagi pojawia się pewien moment siły M względem osi O' pochodzący od „niezrównoważonej” masy części pierścienia oznaczonej na rysunku grubszą linią:

$$M = -\frac{2\phi}{\pi} mgR$$

Za ramię siły ciężkości przyjęto tu R , gdyż ze względu na małość kąta Φ środek ciężkości zaznaczonego łuku leży - praktycznie biorąc na okręgu. Równanie ruchu bryły można zapisać w postaci:

$I'\varepsilon = M$ (ε - przyspieszenie kątowe) gdzie I' jest momentem bezwładności bryły względem osi O' . Ponieważ dla małych Φ oś obrotu przesuwa się zaniedbywalnie, można przyjąć, że I' nie zmienia się i jest równe momentowi bezwładności bryły I_0 względem osi przechodzącej przez punkt O :

$$I_0 = -\frac{2(\pi - 2)}{\pi} mR^2$$

(Obliczenie I_0 podano dalej)

Równanie ruchu przybiera, więc postać:

$$\frac{2(\pi - 2)}{\pi} mR^2 \varepsilon = -\frac{2\phi}{\pi} mgR$$

$$\varepsilon = -\frac{g}{(\pi - 2)R} \phi = \omega^2 \phi$$

Zatem

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{(\pi - 2)R}{g}}$$

Obliczenie I_0 (ryc.):

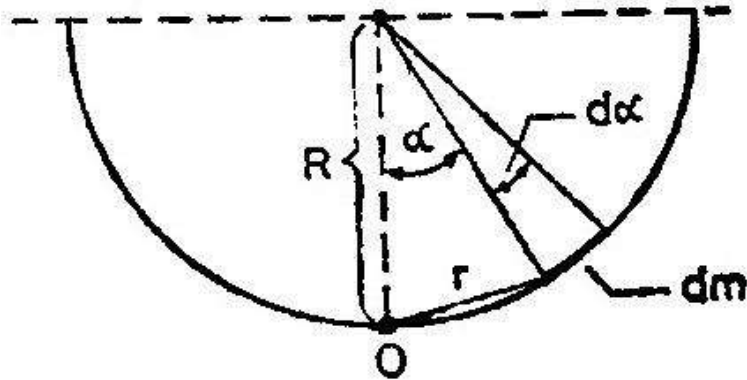
$$dI_0 = r^2 dm; \quad r = 2R \sin \frac{\alpha}{2}; \quad dm = \frac{d\alpha}{\pi} m$$

$$dI_0 = 4R^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2} \frac{m}{\pi} d\alpha$$

Kryteria stosowane przy sprawdzaniu rozwiązań:

- 1) analiza problemu („niezrównoważona” masa) 3 pkt.
- 2) analiza momentów bezwładności ($I \approx I_0$) 2 pkt.
- 3) Obliczenie I_0 4 pkt.
- 4) Obliczenie T 1 pkt.

Zadanie to wybierało około 70% zawodników. Około połowy nadesłanych rozwiązań



Ryc. 9

zostało uznanych za dobre (ponad 5 punktów). Duża część rozwiązań różniła się od przedstawionego powyżej. W rozwiązaniach tych stosowano przede wszystkim zasadę zachowania energii. Jeżeli chodzi o obliczanie momentu bezwładności, to duża część uczniów korzystała z twierdzenia Steinera przyjmując za dany (?) moment bezwładności półpierścienia względem osi przechodzącej przez jego „środek”.

Najczęstszymi błędami były:

- traktowanie półpierścienia jako wahadła fizycznego zawieszono w „środku” pierścienia bez żadnych prób uzasadnienia tego założenia,
- zakładanie z góry, że drgania są harmoniczne,
- przyjmowanie, że moment bezwładności pierścienia względem jakiejś osi jest dany.

Źródło:
Zadanie pochodzi z „Druk OF”