

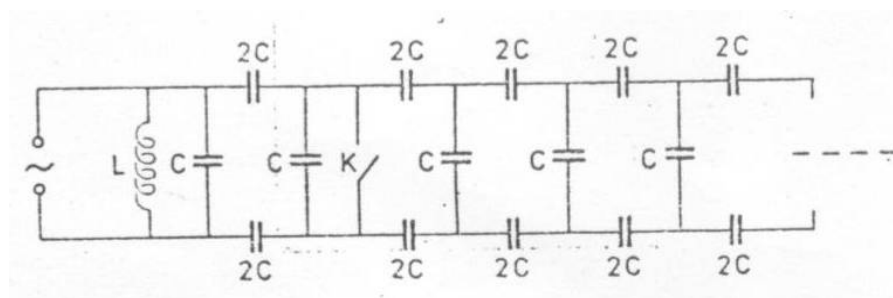
XXXIV OLIMPIADA FIZYCZNA ETAP II

Zadanie teoretyczne

ZADANIE T2

Nazwa zadania: „Częstotliwość rezonansowa”

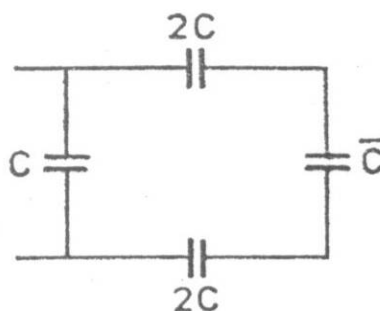
Oblicz częstotliwość rezonansowa obwodu pokazanego na rycinie 2 w przypadku, gdy klucz K jest otwarty i w przypadku, gdy klucz K jest zamknięty.



Ryc.2. Łańcuch kondensatorów ciągnie się do nieskończoności

ROZWIĄZANIE ZADANIA T2

Najpierw obliczmy pojemność zastępczą \bar{C} nieskończonego łańcucha kondensatorów z obwodu w tekście zadania przy otwartym kluczu K . Łatwo zauważyć, że wtedy cały łańcuch kondensatorów jest równoważny układowi z ryc. 3.



Ryc.3

Mamy więc

$$\bar{C} = C + \frac{1}{\frac{1}{2C} + \frac{1}{2C} + \frac{1}{\bar{C}}}$$

Stąd

$$\bar{C}^2 - C\bar{C} - C^2 = 0$$

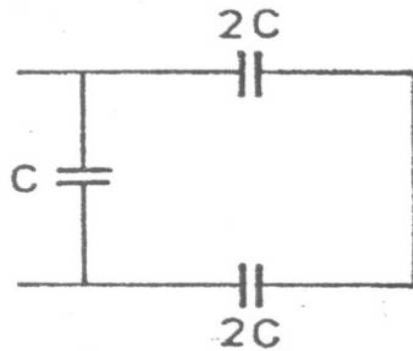
Realizując to równanie dostajemy

$$\bar{C}_{1,2} = \frac{1 \mp \sqrt{5}}{2} C$$

Ponieważ pojemność ma być większa od zera, rozwiązanie z minusem odrzucamy. Zatem

$$\bar{C} = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} C$$

Obliczmy teraz pojemność łańcucha kondensatorów \bar{C} przy zwartym kluczu K . Wtedy oczywiście cały łańcuch od klucza K w prawo nie odgrywa żadnej roli. Klucz zawiera bowiem tę część łańcucha, zawiera też kondensator C położony na rysunku na lewo od niego. Zamiast łańcucha mamy więc teraz obwód prosty (ryc. 4).



Ryc.4

Wypadkowa pojemność tego układu wynosi

$$\bar{C} = C + \frac{1}{\frac{1}{2C} + \frac{1}{2C}} = 2C$$

Częstotliwość rezonansowa obliczamy zgodnie z wzorem ogólnym

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \text{lub} \quad f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

Otrzymujemy:

a. dla otwartego klucza:

$$\bar{f} = \frac{1}{\pi \sqrt{2(1 + \sqrt{5})LC}}$$

b. dla klucza zamkniętego:

$$\bar{f} = \frac{1}{2\pi \sqrt{2LC}}$$

Kryteria ocen:

- | | |
|--|---------------|
| 1. Obliczenie \bar{C}
(w tym 2 pkt. za dyskusję prowadzącą do odrzucenia jednego rozwiązania) | 7 pkt. |
| 2. Obliczenie \bar{C} | 2 pkt. |
| 3. obliczenie \bar{f} i \bar{f} | <u>1 pkt.</u> |
| | 10 pkt. |

Zadanie wypadło zupełnie dobrze. Niemniej jednak część zawodników rozwiązała je błędnie. Niektóre prace zawierały nawet rażące błędy. W części prac nie umiano wyznaczyć pojemności przy zamkniętym kluczu K . Częściej jednak źle obliczano pojemność przy zamkniętym kluczu. Część zawodników wypisywała zależności na pojemności C_n układu zawierającego n oczek nie dając sobie rady z przejściem $n \rightarrow \infty$

Źródło:
Zadanie pochodzi z czasopisma „Fizyka w Szkole”

Komitet Okręgowy Olimpiady Fizycznej w Szczecinie
www.of.szc.pl