

XXXIII OLIMPIADA FIZYCZNA ETAP I

Zadania teoretyczne

ZADANIE T4

Nazwa zadania: „Skoki wodoru po poziomach energetycznych”

Cząsteczkę wodoru można traktować jako ciało sztywne o momencie bezwładności I . Przyjmując postulaty Bohra, zgodnie z którym całkowity moment pędu L jest całkowitą wielokrotnością $h / 2\pi$, gdzie h oznacza stałą Plancka, znajdź możliwe poziomy energetyczne związane z obrotem rozważanej cząsteczki (poziomy rotacyjne). Przy przejściu między kolejnymi poziomami rotacyjnymi cząsteczka emituje foton. Do jakiej części widma należą fotony emitowane przez cząsteczkę wodoru H_2 ? Odległość między atomami wodoru w cząsteczce wynosi $0,8 \cdot 10^{-10}$ m, masa atomu wodoru jest równa $1,67 \cdot 10^{-27}$ kg.

ROZWIĄZANIE ZADANIA T4

Związek między energią kinetyczną ruchu obrotowego E , momentem pędu L i momentem bezwładności I jest następujący :

$$E = \frac{L^2}{2I}$$

Zgodnie z postulatem Bohra

$$L = n \cdot \frac{h}{2\pi} = n\hbar \quad (\hbar = h / 2\pi).$$

Zatem poziomy energetyczne związane z obrotem cząsteczki są dane wzorem

$$E_n = \frac{n^2 \hbar^2}{2I}.$$

Różnice energii pomiędzy kolejnymi poziomami energetycznymi wynoszą

$$E_{n+1} - E_n = \frac{\hbar^2}{2I}(2n+1)$$

Stanowi podstawowemu odpowiada $n = 0$. Wyższe n odpowiadają stanom wzbudzonym. Przejście między najniższym stanem wzbudzonym a stanem podstawowym związane jest z wypromieniowaniem fali o częstotliwości ν danej wzorem

$$h\nu_{10} = E_1 - E_0 = \frac{\hbar^2}{2I}.$$

Stąd

$$\nu_{10} = \frac{\hbar}{4\pi I}.$$

Moment bezwładności cząsteczki wodoru I względem prostej przechodzącej przez prostą łączącą atomy, prostopadle do tej prostej i w jednakowej odległości od obu atomów wynosi

$$I = 2m \left(\frac{d}{2} \right)^2 = \frac{1}{2} md^2,$$

gdzie d oznacza odległość między atomami, a m jest masą atomu wodoru.

Wobec tego

$$\nu_{10} = \frac{\hbar}{2\pi m d^2}.$$

Po podstawieniu danych liczbowych dostajemy

$$\nu_{10} \approx 1,57 \cdot 10^{12} \text{ Hz.}$$

Tego rzędu częstotliwość przypada na zakres dalekiej podczerwieni.

Należy zwrócić uwagę, że znaleziona częstotliwość jest najmniejsza spośród wszystkich częstotliwości ν_{mn} odpowiadających przejściom między stanami E_m i E_n .

Stanowi więc ona ograniczenie częstotliwości ν_{mn} od dołu.

Obliczając ν_{10} nie wnikalismy w to, czy przejście między stanami o $n = 1$ i $n = 0$ jest w ogóle możliwe. O tym decydują tzw. reguły wyboru nie wynikające z modelu Bohra.

Doświadczalnie obserwowane częstotliwości przejść indukowanych między stanami rotacyjnymi w cząsteczce wodoru są istotnie większe niż ν_{10} . Rozbieżność ta wynika z wielu powodów, wśród których wymienić należałoby (i to wcale nie na ostatnim miejscu) to, że model Bohra nie opisuje rzeczywistości w sposób prawidłowy.

Warto temu poświęcić parę słów. Może bowiem część czytelników czuć się powyższym stwierdzeniem zaskoczona. Niestety, to prawda. Model Bohra jest złym modelem. Wprawdzie wyjaśnia on prawidłowe położenie linii w widmie wodoru, ale to po prostu szczęśliwy, bardzo szczęśliwy zbieg okoliczności. Dla innych bowiem układów fizycznych poziomy energetyczne wynikające z modelu Bohra z reguły nie są zgodne z doświadczeniem. Nawet i w przypadku atomu wodoru model Bohra, jeżeli nie ograniczać się tylko do wartości energii poziomów energetycznych, źle opisuje rzeczywistość. Na przykład, zgodnie z modelem Bohra orbita elektronu w atomie wodoru jest płaska, co oznacza że według Bohra atom wodoru w każdym stanie energetycznym powinien być płaski. Tymczasem wiadomo, że np. w stanie podstawowym atom wodoru jest kulistosymetryczny. Podobnych rozbieżności można by przytoczyć więcej.

Model Bohra próbowano ulepszać np. przez zastępowanie kwadratu momentu pędu L^2 tzw. „kwadratem kwantowo – mechanicznym” równym $L(L+1)$, przez dopuszczenie orbit eliptycznych itp. Wszystkie te półśrodki poprawiły sytuację w niektórych przypadkach, ale nigdy nie udało się otrzymać w ten sposób jednolitej, zwartej teorii.

Zwartego opisu obiektów w skali atomowej dostarcza dopiero mechanika kwantowa oparta na równaniu Schrödingera korzystająca jednak z zupełnie innego aparatu pojęciowego i matematycznego niż mechanika klasyczna.

Model atomu Bohra ze względu na rolę, którą odegrał przed powstaniem mechaniki kwantowej, mimo swoich wad, powinien być traktowany z należyty szacunkiem. Należy sobie jednak zdawać sprawę z tego, że jest to model o znaczeniu wyłącznie historycznym. Po tej dość długiej dygresji powróćmy do naszego zadania.

Oto kryteria, jakie stosowano przy ocenianiu rozwiązań :

wzór na E_n	3 pkt.
wzór na ν_{10}	3 pkt.

wzór na I
obliczenia liczbowe

2 pkt.
2 pkt.

Zadanie było wybierane przez bardzo wielu uczniów i w zdecydowanej większości było rozwiązywane poprawnie. Niektórzy tylko zupełnie niepotrzebnie usiłowali stosować bardziej złożone modele niż wspomniany w zadaniu model Bohra.

Źródło:

Zadanie pochodzi z czasopisma „Fizyka w szkole 83/84”

Komitet Okręgowy Olimpiady Fizycznej w Szczecinie
www.of.szcz.pl