

# XXXII OLIMPIADA FIZYCZNA ETAP WSTĘPNY

## Zadania teoretyczne

Rozwiąż dowolnie dobrane dwa zadania z poniższych trzech:

### ZADANIE T1

Nazwa zadania: „Toczący się wagonik”

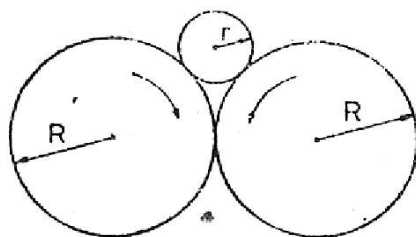
- A. Otwarty, płytki wagonik toczy się bez tarcia po poziomej powierzchni podczas deszczu (rys. 1). Jaki jest wpływ gromadzącej się w wagoniku wody na prędkość, pęd oraz energię kinetyczną wagonika? Zakładamy, że krople wody spadają pionowo z prędkością znacznie większą od prędkości wagonika.



Rys. 1

Nazwa zadania: „Obracające się walce”

- B. Między dwa sztywne walce o promieniu  $R$  obracające się względem nieruchomych równoległych osi odległych od siebie o  $2R$ , dostała się sztywna kulka o promieniu  $r$  (rys. 2). Przy jakiej wartości współczynnika tarcia między kulką a walcami nastąpi unieruchomienie (zakleszczenie) walców przez kulkę?

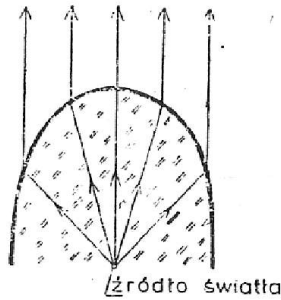


Rys. 2

Nazwa zadania: „Soczewka”

- C. Punktowe źródło światła znajduje się wewnątrz ośrodka o współczynniku załamania  $n$ , tworzącego swego rodzaju soczewkę – jak na rys. 3. Jakie równanie winna spełniać powierzchnia tej soczewki, aby wychodząca z niej wiązka światła była równoległa?

Wskazówka: Przeanalizuj ruch czoła fali świetlnej.



Rys. 3

## ROZWIĄZANIE ZADANIA T1

- A. Wobec poczynionego w treści zadania założenia efekty przekazu pędu przy zderzeniach kropeł deszczu z przednią ścianą wagonika są zanedbywane w stosunku do efektów związanych z gromadzącą się w wagoniku wodą. Oznaczmy masę tej wody, która jest funkcją czasu  $t$ , przez  $m(t)$ . Niech masa samego wagonika będzie  $M$ , zaś jego prędkość początkowa  $V_0$ . W chwili  $t$  wagonik ma prędkość  $V(t)$  (zakładamy, że zgromadzona w nim woda ma taką samą prędkość). Ponieważ składowa pozioma pędu spadających kropli wody jest równa zero, pęd wagonika zostaje zachowany.

Mamy, więc

$$M + m(t)v(t) = Mv_0,$$

skąd wynika

$$v(t) = \frac{M}{M + m(t)} v_0,$$

Energia kinetyczna wagonika  $E_k(t)$  zmienia się w czasie zgodnie ze wzorem

$$E_k(t) = \frac{M}{M + m(t)} \frac{Mv_0^2}{2},$$

Energia ta maleje na skutek niesprężystych zderzeń kropeł wody spadających na wagonik i gromadzących się w nim.

- B. Rozważamy sytuację w punkcie  $S_1$  styku kulki z walcem (rys. 13). Wzdłuż promienia kulki działa siła nacisku na walec  $\mathbf{N}$  oraz siła reakcji walca  $\mathbf{Q} = -\mathbf{N}$ . W kierunku prostopadłym do promienia kulki oraz osi walca działają siły tarcia:  $\mathbf{T}$  – siła działająca na kulkę,  $\mathbf{Z} = -\mathbf{T}$  – siła działająca na walec. Siła  $\mathbf{Z}$  jest odpowiedzialna za zakleszczanie walca. Współczynnik tarcia określa stosunek  $\mathbf{T}/\mathbf{Q} = f$ . Analogicznie wygląda sytuacja w punkcie  $S_2$  styku kulki z drugim walcem. Na kulkę działa wypadkowa siła tarcia skierowana pionowo w dół, równa

$$T_w = 2T \cos \alpha,$$

gdzie  $\alpha$  jest kątem określonym na rys. 13, oraz wypadkowa siła reakcji walców równa

$$Q_w = 2Q \sin \alpha,$$

skierowana pionowo ku górze. Ponadto działa siła ciężkości kulki, której wartość oznaczmy przez  $P$ .

Z wymienionych wzorów wynika

$$\frac{T_w}{Q_w} = f \cdot \operatorname{ctg} \alpha,$$

Zakleszczanie kulki między walcami wystąpi, gdy

$$T_w + P > Q_w,$$

co można zapisać w postaci

$$\frac{T_w}{Q_w} + \frac{P}{Q_w} > 1.$$

W przypadku zakleszczania siły  $T_w$  oraz  $Q_w$  rosną teoretycznie do nieskończoności (w praktyce do wartości, przy której nastąpi zrównoważenie momentu siły napędzającej każdy z walców przez moment siły zakleszczającej, wynoszący  $RZ$ ).

Drugi człon nierówności (2) staje się w sytuacji zakleszczenia dowolnie mały, wobec tego warunek na wystąpienie zakleszczenia można napisać w postaci

$$\frac{T_w}{Q_w} \geq 1.$$

Po uwzględnieniu wzoru (1) uzyskujemy warunek na odpowiednią wartość współczynnika tarcia:

$$f \geq \operatorname{tg} \alpha$$

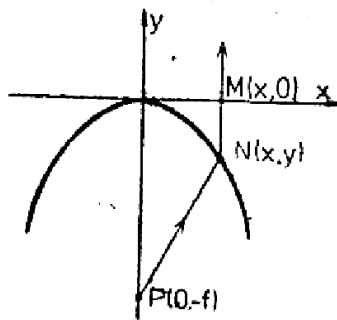
Po wzięciu pod uwagę, że

$$\cos \alpha = \frac{R}{R+r}$$

poszukiwany warunek przyjmuje ostatecznie postać:

$$f \geq \frac{r}{R} + \frac{r}{R+r}.$$

- C. Rozpatrzmy sytuację w płaszczyźnie. Układ współrzędnych dobieramy tak, aby źródło światła znajdowało się w punkcie  $F(0, -f)$ , a kierunek wiązki równoległej



Rys. 14

był zgodny z osią  $y$ , jak na rys. 14. Ponieważ fala kulista emitowana przez punktowe źródło po przejściu przez soczewkę przekształca się w falę płaską, której czoło jest prostopadłe do osi  $y$ , zatem droga każdego promienia z punktu  $F(0, -f)$  do punktu  $M(x, 0)$  znajdującego się na odpowiednim odcinku osi  $x$  musi zawierać taką samą liczbę długości fali.

Prowadzi to do równania, które powinna spełniać powierzchnia soczewki:

$$nf = nl - y, (y < 0),$$

gdzie  $l$  jest odległością leżącego na powierzchni soczewki punktu  $N(x,y)$  od ogniska  $F(0,-f)$ . Jak widać z rys. 14, odległość ta jest równa

$$l = \sqrt{x^2 + (f + y)^2}.$$

Równanie przyjmuje, więc postać

$$nf + y = n\sqrt{x^2 + (f + y)^2}.$$

Po przekształceniach otrzymujemy równanie:

$$\frac{x^2}{\frac{n-1}{n+1}f^2} + \frac{\left(y - \frac{n}{n+1}f\right)^2}{\frac{n^2}{(n+1)^2}f^2} = 1.$$

Jest to równanie elipsy, której jedno z ognisk (bardziej oddalone od „wierzchołka”) znajduje się w punkcie  $F$ . Powierzchnia soczewki będzie, więc elipsoidą obrotową. Należy zwrócić uwagę, że sens fizyczny ma tylko połowa elipsy położona po stronie, w którą kierujemy równoległą wiązkę światła.

Punktacja:

- 1A. 1,5 pkt. - wyznaczenie pędu, prędkości oraz energii kinetycznej  
 1 pkt. - opis pisemny toku rozwiązywania zadania (komentarze)  
 0,5 pkt. - udzielenie pełnej pisemnej odpowiedzi końcowej
- 1B. 1,5 pkt. – wyznaczenie współczynnika tarcia  
 1 pkt. – opis pisemny toku rozwiązywania zadania (komentarze)  
 0,5 pkt. – udzielenie pełnej pisemnej odpowiedzi końcowej
- 1C. 1 pkt. – wyznaczenie równania soczewki  
 0,5 pkt. – wykonanie rysunku i odpowiednie opisanie go  
 1 pkt. – opis pisemny toku rozwiązania zadania (komentarze)  
 0,5 pkt. – udzielenie pełnej pisemnej odpowiedzi końcowej

Ogółem za całe zadanie można uzyskać **9 pkt.**

Źródło:  
 Zadanie pochodzi z „XXXII Olimpiada Fizyczna (1982/83)”

Komitet Okręgowy Olimpiady Fizycznej w Szczecinie  
[www.of.szc.pl](http://www.of.szc.pl)