

## XXXII OLIMPIADA FIZYCZNA ETAP II

### Zadanie teoretyczne

#### ZADANIE T3

Gaz doskonały o masie  $m = 1\text{ kg}$  i masie molowej  $\mu = 0,025\text{ kg/mol}$  poddano przemianie, w której temperatura końcowa  $T_1$  różniła się o  $\Delta T = T_1 - T_0 = 100\text{ K}$ , a ciepło właściwe gazu (w tej przemianie) zmieniało się tak, jak na rysunku 5. Oblicz pracę wykonaną przez gaz.

Uwaga: Wielkości  $c_p$  i  $c_v$  oznaczają niezależne od temperatury ciepło właściwe gazu (na jednostkę masy) odpowiednio przy stałym ciśnieniu i stałej objętości. Stała gazowa  $R = 8,31\text{ J/K.mol}$ .

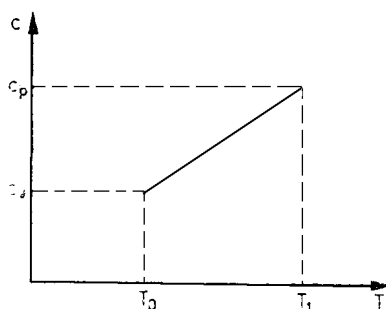
#### ROZWIĄZANIE ZADANIA T3

Z rysunku 5 odczytujemy, że

$$\frac{c(T) - c_v}{T - T_0} = \frac{c_p - c_v}{T_1 - T_0} \quad \text{dla } T_0 < T < T_1$$

Stąd

$$c(T) = c_v + \frac{c_p - c_v}{T_1 - T_0} (T - T_0)$$



Biorąc pod uwagę, że w przypadku gazu doskonałego molowe ciepła właściwe  $C_p$  i  $C_v$  spełniają związek

$$C_p - C_v = R$$

i że  $c_p = C_p \mu$  oraz  $c_v = C_v \mu$ , możemy napisać

$$c(T) = c_v + \frac{R}{\mu} \frac{T - T_0}{T_1 - T_0}$$

Zmiana energii wewnętrznej i przyrost ciepła wynoszą odpowiednio

$$dU = mc_v dT$$

$$dQ = mc(T) dT$$

Z pierwszego prawa termodynamiki mamy

$$dW = dU - dQ$$

zatem

$$dW = m(c_v - c(T))dT$$

czyli

$$dW = -\frac{mR}{\mu} \frac{T - T_0}{T_1 - T_0} dT$$

Całkując obustronnie od  $T_0$  do  $T_1$ , po lewej stronie dostajemy

$$\int_{T_0}^{T_1} dW = W(T_1) - W(T_0) = \Delta W$$

Po prawej zaś stronie otrzymujemy

$$-\frac{mR}{\mu} \frac{1}{T_1 - T_0} \int_{T_0}^{T_1} (T - T_0) dT$$

Obliczamy otrzymaną całkę

$$\int_{T_0}^{T_1} (T - T_0) dT = \int_{T_0}^{T_1} T dT - T_0 \int_{T_0}^{T_1} dT = \frac{1}{2} T_1^2 - \frac{1}{2} T_0^2 - T_0 T_1 + T_0^2 = \frac{1}{2} (T_1 - T_0)^2$$

Tak więc

$$\Delta W = -\frac{mR}{2\mu} (T_1 - T_0) \quad (= -16620\text{J})$$

Ze względu na znak minus obliczona praca jest pracą wykonywaną przez gaz.

Kryteria ocen:

- |  |        |
|--|--------|
| 1. Wyznaczenie $c(T)$ z wykresu                  | 1 pkt. |
| 2. $C_p - C_v = R, c_p = C_p \mu, c_v = C_v \mu$ | 2 pkt. |
| 3. Wyznaczenie $dU$                              | 1 pkt. |
| 4. Wyznaczenie $dQ$                              | 2 pkt. |
| 5. Obliczenie $\Delta W$                         | 3 pkt. |
| 6. Wartość liczbowa                              | 1 pkt. |

Źródło:  
Zadanie pochodzi z „Druk OF”

Komitet Okręgowy Olimpiady Fizycznej w Szczecinie  
[www.of.szcz.pl](http://www.of.szcz.pl)