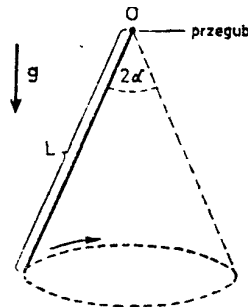


# XXXII OLIMPIADA FIZYCZNA ETAP II

## Zadanie teoretyczne

### ZADANIE T1

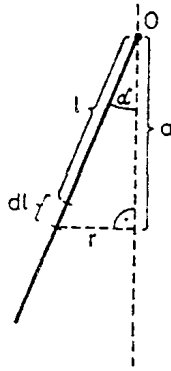
Jednorodny pręt o długości  $L$  i masie  $m$ , zawieszony na przegubie, zakreśla powierzchnię stożka o kącie rozwarcia  $2\alpha$  ( $\alpha \neq 0$ ), pokazaną na rysunku 1. Wyznacz okres tego ruchu. Wszelkie opory ruchu zanedbujemy.



Ryc. 1

### ROZWIĄZANIE ZADANIA T1

W układzie obracającym się całkowity moment siły, względem punktu  $O$ , działających na pręt musi być równy zero. Moment ten składa się z momentu siły odśrodkowej i momentu siły ciężkości. Momenty te mają przeciwne znaki. Obliczmy ich wartości.



Ryc. 2

Korzystając z oznaczeń pokazanych na rysunku 2, możemy napisać

$$\begin{aligned}r &= l \sin \alpha \\a &= l \cos \alpha \\dM_{\text{odśr}} &= dm \omega^2 r a \\dm &= \frac{m}{L} dl\end{aligned}$$

Zatem

$$dM_{\text{odśr}} = \frac{m}{L} \omega^2 l^2 \sin \alpha \cos \alpha dl$$

Wobec tego

$$M_{\text{odśr}} = \int_0^L dM_{\text{odśr}} = \frac{m}{L} \omega^2 \sin \alpha \cos \alpha \int_0^L l^2 dl = \frac{1}{3} m \omega^2 L^2 \sin \alpha \cos \alpha.$$

Moment siły ciężkości wynosi oczywiście

$$M_{\text{cięż}} = \frac{1}{2} mgL \sin \alpha$$

Z warunku równowagi

$$M_{\text{cięż}} - M_{\text{odśr}} = 0$$

dostajemy

$$\frac{1}{3} m \omega^2 L^2 \sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{2} mgL \sin \alpha$$

Stąd

$$\omega = \sqrt{\frac{3g}{2L \cos \alpha}}$$

Wobec tego

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{2L \cos \alpha}{3g}}$$

Przy sprawdzaniu rozwiązań stosowano następujące kryteria:

- |                                    |        |
|------------------------------------|--------|
| 1. Sformułowanie warunku równowagi | 3 pkt. |
| 2. Obliczenie $M_{\text{odśr.}}$   | 4 pkt. |
| 3. Obliczenie $M_{\text{cięż.}}$   | 2 pkt. |
| 4. Obliczenie T                    | 1 pkt. |

Źródło:  
Zadanie pochodzi z „Druk OF”

Komitet Okręgowy Olimpiady Fizycznej w Szczecinie  
[www.of.szcz.pl](http://www.of.szcz.pl)