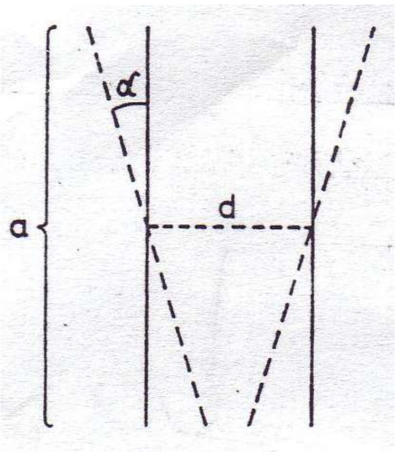
XXX OLIMPIADA FIZYCZNA ETAP I
Zadanie teoretyczne

Zadanie T5

Płytki kondensatora płaskiego o rozmiarach okładek *axb* odchylono o mały kąt α , tak jak na rys.8. Przyjmując, że linie sił



Rys. 8

pola elektrycznego wewnątrz kondensatora są łukami okręgów prostopadłymi do okładek oraz, że pole elektryczne wzdłuż określonej linii ma stałą wartość, wyznacz pojemność kondensatora w zależności od kąta α . Przedyskutuj wynik.

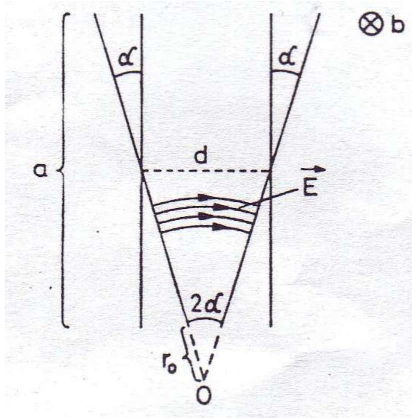
Uwaga:

$$\sin x = x - \frac{1}{3!}x^3 + \frac{1}{5!}x^5 - \ldots$$

$$\ln(1+x) = x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x^3 - \ldots$$

ROZWIĄZANIE ZADANIA T5

Niech *r* oznacza odległość od osi *O* (rys.9).



Rys. 9

Pole E musi spełniać warunek $E = \frac{V}{2\alpha r}$, gdzie V oznacza różnicę potencjałów między płytkami (2 pkt). Gęstość ładunku na płytkach spełnia zależność (4 pkt).

$$\sigma(r) = \varepsilon_0 E(r)$$

Ładunek na okładce:

$$Q = b\int_{r_0}^{r_1} \sigma(r) dr = \frac{\varepsilon_0 bV}{2\alpha} \ln\frac{r_1}{r_0}$$

gdzie: r_0 jest wartością r dla punktu okładki najbliższego osi O, r_1-dla punktu najdalszego od tej osi.
Zatem

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{\varepsilon b}{2\alpha} \ln\frac{r_1}{r_0}.$$

Mamy

$$\left(r_0 + \frac{a}{2}\right)\alpha \approx \frac{d}{2}$$

Stąd

$$r_0 = \frac{d}{2\alpha} - \frac{a}{2},$$

$$r_1 = \frac{d}{2\alpha} + \frac{a}{2},$$

$$\frac{r_1}{r_0} = \frac{1+\alpha a/d}{1-\alpha a/d} \qquad \text{(3 pkt.)}$$

$$C = \frac{\varepsilon_0 b}{2\alpha} \ln\frac{1+\alpha a/d}{1-\alpha a/d}.$$

Logarytm można rozwinąć w szereg ograniczający się do najniższych wyrazów, ale nie jest to konieczne.

W granicznym wypadku $\alpha \to 0$, wzór przechodzi w wyrażenie dla kondensatora płaskiego (1 pkt).

Uwaga: Wynik można też uzyskać traktując dany kondensator jako układ kondensatorów płaskich (o wąskich okładkach) połączonych równolegle.

Źródło:

Zadanie pochodzi z „Druk OF”

Komitet Okręgowy Olimpiady Fizycznej w Szczecinie
www.of.szc.pl