XXX OLIMPIADA FIZYCZNA ETAP I

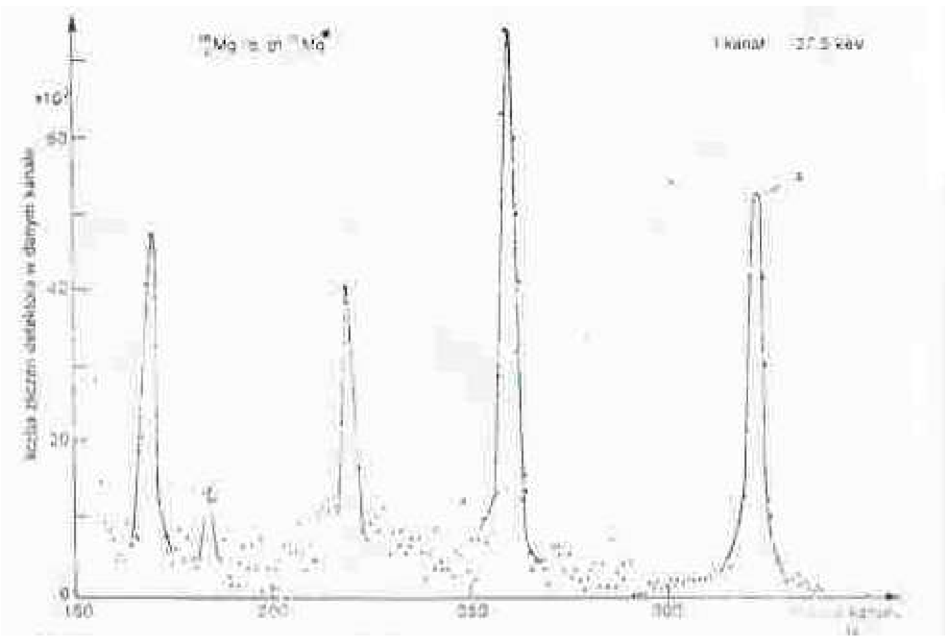
Zadania teoretyczne

ZADANIE T1

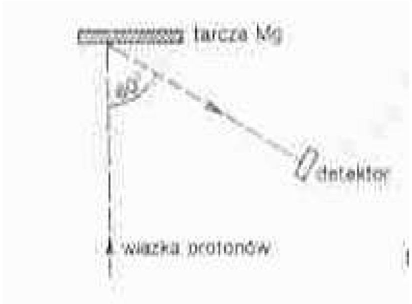
Nazwa zadania „”

Na podstawie współczesnych badań wiadomo, że jądro atomowe może znajdować się tylko w stanach o określonych energiach, podobnie jak dobrze znany atom wodoru. Dysponując wynikami rozpraszania wiązki protonów na jądrach *Mg(* rys.1), spróbuj określić układ poziomów energetytcznych tego jądra.

Protony w wiązce mają energie *E= 8,8 MeV*. Przyjmujemy, że każdy proton ulega tylko jednemu zderzeniu i że energia wiązania atomów w naświetlanej próbce (tarczy) jest zniedbywalnie mała. Schemat eksperymentu w uproszczeniu przedstawiono na rysunku 2.



rys. 1



rys.2

ROZWIĄZANIE ZADANIA T1

Wiadomo, że jeżeli tarcza jądrowa jest bombardowana cząstkami jądrowymi, to w określonych warunkach w zależności od rodzaju tarczy oraz od energii i rodzaju padających cząstek, może zajść reakcja jądrowa. W szczególności, gdy cząstka ewmitowana w wyniku reakcji jest taka sama jak cząstka bombardująca tarczę, proces taki nazywamy rozproszeniem.

W naszym przypadku (zgodnie ze schematem eksperymetru rys. 2) tarcza z magnezu bombardowana jest monoenergetyczną wiązką protonów i pod określonym kątem rejestrowane są protony rozproszone.

Zgodnie z warunkami zadania rozpraszanie protonów na jądrach magnezu można zapisać następująco **:**

$$\mathrm{p}+{}^{26}_{12}Mg \rightarrow {}^{26}_{12}Mg^{*} + p \qquad (1)$$

gdzie * oznacza stan wzbudzony.

Przyjmujemy, że obserwowany proton powstaje w wyniku jednokrotnego rozpraszania na jądrze magnezu, co wynika z założenia, że proton ulega tylko jednemu zderzeniu. Można przyjąć, że zderzenie zachodzi z jądrem swobodnym pozostającym w spoczynku. Założenie takie jest uzasadnione tym, że zarówno energia wiązania atomów magnezu, jak i ich energia związana z ruchem cieplnym są zaniedbywalnie małe w porównaniu z energią kinetyczną protonów.

Wprowadźmy oznaczenia:

wskaźnik p - dotyczy wielkości charakteryzujących padające protony,
wskaźnik k - protony rozproszone,
wskaźnik Mg - jądra magnezu,
p, E - pęd i energia kinetyczna,
m - masa protonu,
M - masa jądra magnezu,
Ewzb - energia wzbudzenia jądra magnezu.

Padający na tarczę proton przy zderzeniu rozprasza sie i przekazuje pewną część energii kinetycznej jądru magnezu, które uzyskuje energię kinetyczną i ewentualnie energię wzbudzenia, co zgodnie z zasadą zachowania energii można zapisać :

$$\mathrm{E_p} = E_k + E_{Mg} + E_{wzb} \qquad (2)$$

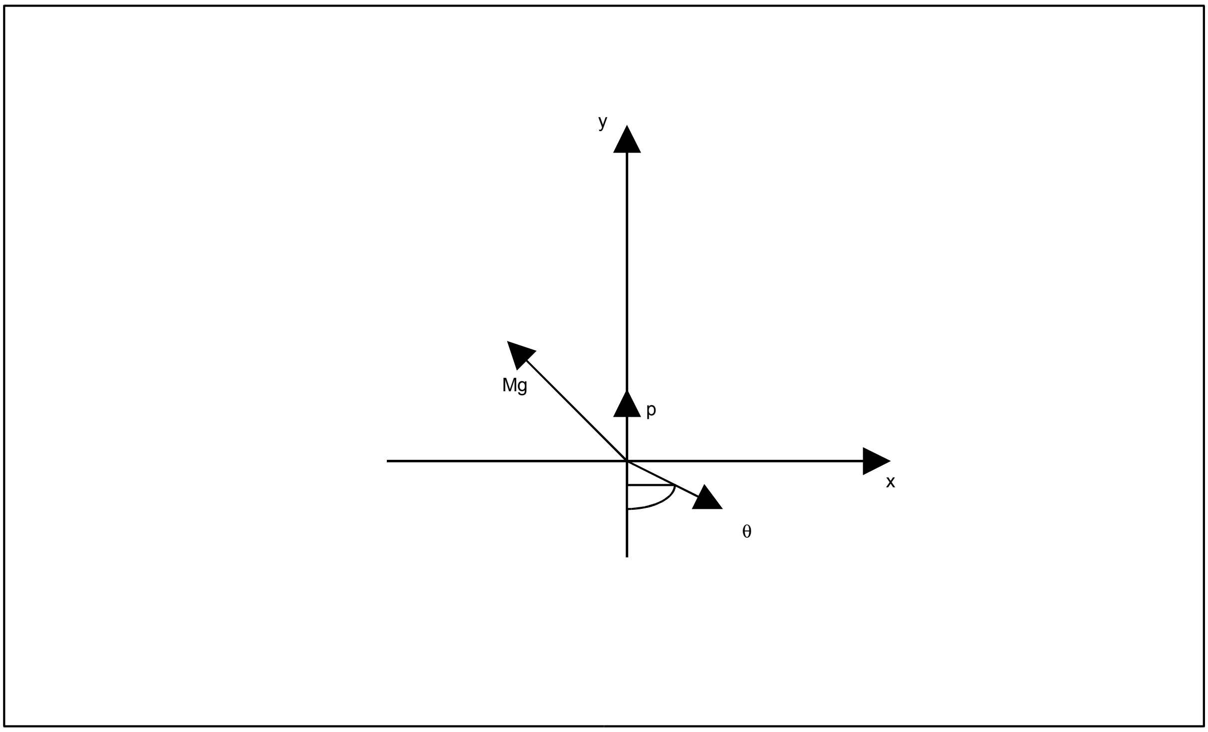
Rozpraszanie jest elastyczne, jeżeli całkowita energia kinetyczna układu(tj. pocisku i jądra tarczy) jest taka sama przed zderzeniem, jak i po zderzeniu, a jądro magnezu pozostaje w niezmienionym wewnętrznym stanie energetycznym, w jakim było przed zderzeniem. (Makroskopowym przykładem zderzenia sprężystego jest zderzenie sprężyste dwóch kul bilardowych, w którym żadna z kul nie ulega zmianom trwałym).

Rozpraszanie jest nieelastyczne, jeżeli uderzone jądro przechodzi do stanu wzbudzonego, zaś całkowita energia kinetyczna układu zmniejsza sie o wartość energii wzbudzenia oddanej jądru uderzonemu. Im wyższy poziom energetyczny osiagnie wzbudzone jądro, tym mniejsza będzie energia kinetyczna układu po zderzeniu.

Stąd wynika, że energia kinetyczna protonów rozproszonych jest największa dla rozproszenia elastycznego (tzn. gdy jądro pozostaje w stanie podstawowym) i maleje wraz ze wzrostem energii wzbudzenia. Na podstawie wzoru (2) można wyznaczyć wartość energii wzbudzenia, jako różnicę energii kinetycznej padającego protonu i sumy energii kinetycznej rozproszonego protonu i jądra magnezu :

$$\mathrm{E}_{\mathrm{wzb}} = E_p - \left(E_k + E_{Mg}\right) \qquad (3)$$

Energia kinetyczna jądra odrzutu po reakcji jest wielkością małą i trudną do zmierzenia, można ją wyznaczyć, korzystając z zasady zachowania pędu w procesie rozpraszania. Przyjmujemy układ współrzednych (rys. poniżej)



Kierunek ruchu bombardujących protonów niech będzie zgodny z kierunkiem osi y. Zgodnie z zasadą zachowania pędu mamy :

$$\mathrm{p}_{\mathrm{p}}^{\mathrm{y}} = p_{Mg}^{y} + p_{k}^{y} \quad \text{oraz} \quad \mathrm{p}_{\mathrm{k}}^{\mathrm{x}} = -p_{Mg}^{x}$$

Wypadkowy pęd po zderzeniu musi być skierowany wzdłuż osi y, a pędy poprzeczne muszą się równoważyć.

Z konfiguracji przedstawionej na rysunku wynika, że

$$\mathrm{p}_{\mathrm{k}}^{\mathrm{x}} = p_k^y \sin\vartheta , \quad \mathrm{p}_{\mathrm{k}}^{\mathrm{y}} = -p_k \cos\vartheta$$

Zatem :

$$\mathrm{p}_{\mathrm{Mg}}^{\mathrm{x}} = -p_k \sin\vartheta$$

$$\mathrm{p}_{\mathrm{Mg}}^{\mathrm{y}} = p_p + p_k \cos\vartheta$$

$$\mathrm{p}_{\mathrm{Mg}}^{2} = \left(p_{Mg}^{x}\right)^2 + \left(p_{Mg}^{y}\right)^2 = p_k^2 + p_p^2 + 2p_p p_k \cos\vartheta$$

Energie kinetyczne cząstek są znacznie mniejsze od ich energii spoczynkowych, zatem korzystając z nierelatywistycznych związków między pędem a energią kinetyczną

$$\mathrm{p}_{\mathrm{Mg}}^{2} = 2ME_{Mg} , \quad \mathrm{p}_{\mathrm{p}}^{2} = 2mE_p , \quad \mathrm{p}_{\mathrm{k}}^{2} = 2mE_k$$

otrzymujemy

$$\mathrm{E}_{\mathrm{Mg}} = \frac{m}{M}\left(E_p + E_k + 2\sqrt{E_p}\sqrt{E_k}\cos\vartheta\right) \qquad (4)$$

Jest to wzór na energię kinetyczną uzyskaną przez jądro magnezu w zderzeniu z protonem. Energia ta zależy nie tylko od energii kinetycznej padającego i rozproszonego protonu i kąta rozproszenia, ale również od stosunku mas protonu i jądra. Uwzględniając (3) i (4) otrzymujemy wzór na energię wzbudzenia jądra :

$$\mathrm{E}_{\mathrm{wzb}} = E_p\left(1 - \frac{m}{M}\right) - E_k\left(1 + \frac{m}{M}\right) - \frac{2m}{M}\sqrt{E_p}\sqrt{E_k}\cos\vartheta \qquad (5)$$

Znajomość energii protonów rozproszonych pod kątem θ pozwala na wyznaczenie energii wzbudzenia bobmardowanego jądra, a tym samym położenia poziomu energetycznego wzbudzonego jądra. Rozproszonym protonom o maksymalnej energii $\mathrm{E}_{\mathrm{k}}^{0}$ towarzyszy emisja jądra w stanie podstawowym, co zgodnie z zależnością (2) odpowiada zerowej energii wzbudzenia $\mathrm{E}_{\mathrm{wzb}} = 0$.

Stąd

$$\mathrm{E}_{\mathrm{p}}\left(1 - \frac{m}{M}\right) - E_k^0\left(1 + \frac{m}{M}\right) - \frac{2m}{M}\sqrt{E_p}\sqrt{E_k^o}\cos\vartheta = 0 \qquad (6)$$

Jeżeli obserwujemy kilka grup energetycznych rozproszonych protonów o energiach kinetycznych spełniających warunek

$$\mathrm{E}_{\mathrm{k}}^{0} \rangle E_k^1 \rangle E_k^2 \rangle \ldots \rangle E_k^i$$

to każdej grupie protonów odpowiada określona energia wzbudzenia

$$0\langle E^1_{wzb}\langle E^2_{wzb}\langle ...\langle E^i_{wzb}$$

Położenie i-tego poziomu energetycznego, równe i-tej energii wzbudzenia, wynosi

$$E^i = E^i_{wzb} = E_p\left(1-\frac{m}{M}\right)-E^i_k\left(1+\frac{m}{M}\right)-\frac{2m}{M}\sqrt{E_p}\sqrt{E^i_k}\cos\vartheta$$

Korzystając z warunku (6) otrzymamy

$$E^i = \left(E^0_k - E^i_k\right)\left(1+\frac{m}{M}\right)+\frac{2m}{M}\sqrt{E_p}\cos\vartheta\left(\sqrt{E^0_k}-\sqrt{E^i_k}\right) \qquad (7)$$

Zauważamy, że jeżeli stosunek mas : masy protonu do masy jądra tarczy dąży do zera, wówczas $E^i \cong E^0_k - E^i_k$, oznacza to, że w rozpraszaniu protonów na ciężkich jądrach energia wzbudzenia jądra W^i_{wzb}, charakteryzująca położenie i-tego poziomu energetycznego jest z dobrym przybliżeniem równa różnicy energii kinetycznej protonu padającego i rozproszonego. (Wiąże się to z faktem, że energia odrzutu ciężkiego jądra jest zaniedbywalnie mała).

Zgodnie z uproszczonym schematem eksperymentu przedstawionym na rys.2 monoenergetyczna wiązka protonów o energii $E_p = 8{,}8MeV$ pada prostopadle na tarczę wykonaną z magnezu, a rozproszone protony rejestrowane są przez detektor umieszczony pod kątem $\vartheta = 60^\circ$.

Układem detekcyjnym jest na ogół układ liczników wraz z układami elektronicznymi (np. układy koincydencyjne, analizatory wielokanałowe itp.), umożliwiający identyfikację i pomiar energii cząstek. Każda cząstka przechodząca przez detektor jest ostatecznie zarejestrowana w wielokanałowym analizatorze energii jako jedno zliczenie, w kanale odpowiadającym określonemu przedziałowi energii. I tak w kanale o numerze *N* rejestrowane są wszystkie cząstki o energii *E* zawartej w przedziale energii :

$$E_N \le E\langle E_N + E_S$$

gdzie E_N - minimalna energia cząstki rejestrowanej w kanale *N*, E_S - szerokość przedziału.

Energia E_N zależy od wyskalowania analizatora, a zerowemu kanałowi nie musi odpowiadać zerowa energia cząstki. Jeżeli wiemy, że energia cząstek rejestrowanych w kanale o numerze N_0 równa jest E_{N0}, wówczas cząstkom rejestrowanym w kanale o numerze *N* odpowiada energia

$$E_N = E_{N0} + (N - N_0)E_S \qquad (8)$$

Po wyskalowaniu analizatora, numer kanału i szerokość kanału definiuje przedział energii cząstek rejestrowanych w danym kanale, a liczba zliczeń w poszczególnych kanałach równa jest liczbie rejestrowanych cząstek w poszczególnych przedziałach energii.

Rysunek 1 przedstawia wyniki naszego eksperymentu rozpraszania protonów na jądrach magnezu, zarejstrowane w wielokanałowym analizatorze energii. Na osi odciętych odłożony jest numer kanału (szerokość każdego kanału $E_S = 27{,}5 keV$), a na osi rzędnych odłożona jest liczba zliczeń. Punkty wykresu podają liczbę zliczeń w kolejnych kanałach od numeru kanału $N = 155$ do $N = 322$. Na wykresie obeserwujemy wyraźne maksima. Największą liczbę zliczeń mamy dla kanału $N = 322$.

Jest to kanał odpowiadający największej energii protonów, z czego wnioskujemy, że w kanale tym rejestrowane są protony rozproszone elastycznie.

Można wyznaczyć energię protonów rozproszonych elastycznie E_k^0, która spełnia warunek (6), skąd po prostych przekształceniach otrzymamy :

$$E_k^0 + \frac{2m}{m+M}\cos\vartheta\sqrt{E_p}\sqrt{E_k^0} - \frac{M-m}{M+m}E_p = 0 \qquad (9)$$

Przyjmujemy masę jądra magnezu $M \approx 26m$.

Z warunków zadania

$$E_p = 8{,}8 MeV, \quad \vartheta = 60^\circ \rightarrow \cos\vartheta = \frac{1}{2}$$

Wstawiając powyższe dane do równania (9) mamy

$$E_k^0 + 0{,}1099\sqrt{E_k^0} - 8{,}1491 = 0$$

Rozwiazując to równanie, otrzymujemy wartość energii protonów rozproszonych elastycznie : $E_k^0 = 7{,}8405 MeV$. Pozwala nam to na wyskalowanie analizatora.

Dla kanału $N = 322$ energia rejestrowanych protonów wynosi $E_{322} = E_{N0} = 7{,}8405 MeV$. Stąd zgodnie z wzorem (8) możemy napisać :

$$E_n = E_{322} + (N - 322)E_S = 7{,}84 + (N - 322))0{,}0275[MeV] \qquad (10)$$

Znając położenia kolejnych maksimów rejestrowanych protonów w kanałach $N = 259$, $N = 220$, $N = 185$ oraz $N = 170$ możemy na podstawie wzoru (10) wyznaczyć energię protonów E_k^i :

$$E_k^1 = 6{,}11 MeV, \quad E_k^2 = 5{,}04 MeV, \quad E_k^3 = 4{,}07 MeV, \quad E_k^4 = 3{,}66 MeV$$

Natomiast położenie kolejnych poziomów energetycznych wyznaczamy ze wzoru (7). Po wstawieniu do (7) danych liczbowych otrzymujemy równanie w postaci :

$$E^{i} = 1{,}0384\left(E_k^0 - E_k^1\right) + 0{,}114\left[MeV\frac{1}{2}\right]\left(\sqrt{E_k^0} - \sqrt{E_k^i}\right) \qquad (11)$$

Stąd po podstawieniu kolejnych wartości energii protonów E_k^i wyznaczamy położenie kolejnych poziomów energetycznych magnezu.

$$E^1 = 1{,}84MeV,\ E^2 = 2{,}98MeV,\ E^3 = 4{,}09MeV,\ E^4 = 4{,}53MeV$$

Błąd wyznaczenia energii protonu równy jest szerokości kanału, tj. $0{,}0275MeV$ .W naszym przypadku dochodzi niepewność odczytania z rysunku numeru kanału, dla którego występuje maksimum zliczeń (niepewność odczytu 2 kanały). Bład wyznaczenia energii protonów przenosi sie na błąd wyznaczenia położenia poziomów energetycznych.

Zauważmy, że obserwowane maksima mają pewną szerokość, to znaczy, że energia protonów rozproszonych dla danej energii wzbudzenia jądra jest „rozmyta". Wynika to zarówno ze statystycznego charakteru detekcji protonów w liczniku, jak również z naturalnej szerokości samego poziomu. Protony rejestrowane w analizatorze poza maksimum stanowią tło, mogą to byc np. protony, które uległy dodatkowemu zderzeniu.

Zadanie to okazało się bardzo trudne dla olimpiczyków i jako zadanie do wyboru było wybierane rzadko. Nieliczni uczniowie rozwiazujący to zadanie, największy kłopot mieli z poprawnym wyskalowaniem energii protonów rozproszonych. W sformułowaniu zadania zabrakło niestety podkreślenia faktu, że zerowemu kanałowi analizatora nie odpowiada zerowa energia protonów.

Źródło:
Zadanie pochodzi z czasopisma „Autorzy : Andrzej Nadolny, Krystyna Pniewska
Wydawnictwo : WSiP 1986 r "

Komitet Główny Olimpiady Fizycznej w Szczecinie
www.of.szc.pl