XXVII OLIMPIADA FIZYCZNA ETAP III
Zadanie doświadczalne

ZADANIE D1

Nazwa zadania: „Drgania struny”

Zestaw przyrządów i materiałów:

- struna stalowa o znanej gęstości liniowej, rozpięta na statywie,
- linijka,
- wkładka do słuchawki telefonicznej bez membrany (elektromagnes z namagnesowanym rdzeniem) z dołączonymi przewodami,
- generator napięcia sinusoidalnego o nastawnej częstotliwości,
- butelka, pełniąca rolę obciążnika struny,
- zlewka o pojemności 100 cm^3 do kreski,
- woda,
- kawałek sztywnego drutu,
- papier milimetrowy,

Mając do dyspozycji w/w przyrządy i materiały wyznacz empirycznie wzór na częstości własne drgań struny.

Do wyznaczenia postaci wzoru wykorzystaj wyniki pomiarów i analizę wymiarową.

Gęstość liniowa struny wynosi $563 \pm 3 \ \frac{mg}{m}$. masa butelki wynosi $530 \pm 40 \ g.$

ROZWIĄZANIE ZADANIA D1

W treści zadania zasugerowano, że do znalezienia postaci wzoru na częstość drgań struny należało wykorzystać analizę wymiarową. Szukana częstość drgań własnych może zależeć jedynie od siły naciągu struny F $\left[kg\frac{m}{s^2} \right]$, masy struny na jednostkę długości czyli gęstości liniowej $\eta \ \frac{kg}{m}$ oraz długości struny l [m]. Ponieważ obciążenie struny było stosunkowo niewielkie, tak że nie należało się spodziewać jej sprężystego wydłużenia, moduł sprężystości można było w tym rozumowaniu pominąć.

Tak więc szukany wzór ma postać

$$f = k(F)^{\alpha}(\eta)^{\beta} l^{\gamma} + f_0$$

gdzie:
k – stała bezwymiarowa,
f – częstość,
f_0 - stała o wymiarze [1/s],

Podstawiając wymiary mamy

$$\left[s^{-1}\right]=\left[\frac{mkg}{s^2}\right]^{\alpha}\cdot\left[\frac{kg}{m}\right]^{\beta}\cdot\left[m\right]^{\gamma}$$

skąd

$$\alpha+\gamma-\beta=0;\ \alpha+\beta=0;\ 2\alpha=1$$

a więc

$$\alpha=\frac{1}{2};\ \beta=-\frac{1}{2};\ \gamma=-1.$$

Wynika stąd, że szukany wzór ma postać

$$f=k\cdot\frac{1}{l}\cdot\sqrt{\frac{F}{\eta}}+f_0.$$

Można do niego oczywiście dojść metodą prób i błędów i wielu uczestników tak właśnie postępowało. Stałą f_0 można przyjąć równą 0, ponieważ łatwo sprawdzić, że struna nieobciążona nie drga. Jest to dodatkowym argumentem za pominięciem w rozumowaniu własności sprężystych struny.

W zestawie doświadczalnym jaki finaliści mieli do dyspozycji (rys. 1) struna była zamocowana z obu końców wobec czego na końcach struny musiały powstać węzły fali stojącej. Wynika stąd, że w długości struny l musiała się mieścić całkowita wielokrotność połowy długości fali λ

$$n\frac{\lambda}{2}=l,$$

gdzie:
n – liczba naturalna,

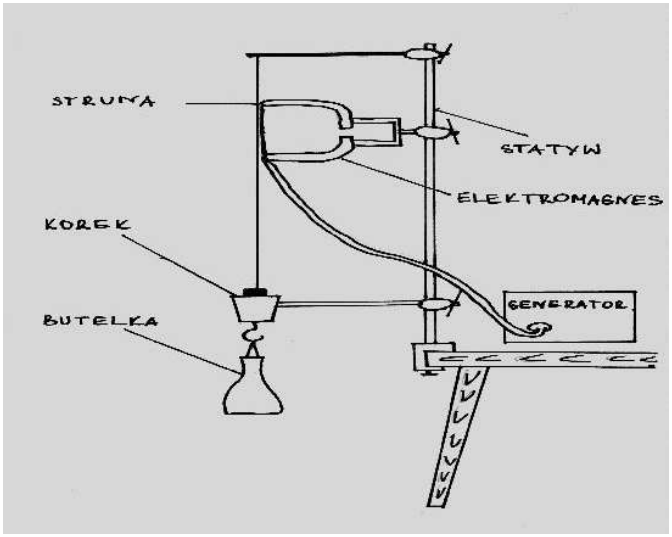
Ponieważ $f=\frac{v}{\lambda}$, gdzie v jest prędkością rozchodzenia się fali poprzecznej w strunie, mamy

$$f=\frac{nv}{2l}.$$

Z porównania tego wzoru z poprzednio uzyskanym wzorem na częstość drgań struny wynika, że

$$f=A\frac{n}{2l}\cdot\sqrt{\frac{F}{\eta}},$$

gdzie A jest stałą bezwymiarową.



Rys. 1

W części eksperymentalnej zadania należało sprawdzić czy zależność częstości własnej drgań struny od siły napinającej i długości struny jest taka jak to wynika ze wzoru a następnie wyznaczyć stałą A. Należało także sprawdzić czy rzeczywiście dla danego obciążenia struny i danej jej długości można było uzyskać drganie własne o częstości n razy większej od podstawowej.

Zestaw doświadczalny przedstawiony na rysunku 1 był prawie gotowy. W celu zmierzenia częstości drgań własnych struny w określonych warunkach należało wykorzystać zjawisko rezonansu. Zmieniając częstość drgań prądu z generatora można było doprowadzić do pobudzenia struny przez elektromagnes zbliżony do niej na odległość około 1 mm. Rezonans było łatwo zaobserwować – wychylenia struny były widoczne – lub wyczuć przykładając do struny sztywny drucik. Ta druga metoda była szczególnie przydatna przy badaniu wyższych częstości rezonansowych.

Jedynie niewielu uczestników zastanowiło się dlaczego rdzeń elektromagnesu był magnesem trwałym. Chodziło o to, żeby siła przyciągająca strunę zmieniała się z tą samą częstością co prąd z generatora. Jak wiadomo elektromagnes przyciąga nienamagnesowane żelazo, jakim jest struna, niezależnie od kierunku płynącego prądu, a więc dwa razy w czasie jednego okresu prądu sinusoidalnie zmiennego. Gdyby więc rdzeń był nienamagnesowany to rezonans następowałby przy częstości generatora dwa razy mniejszej od częstości własnej drgań struny. Taką błędną w tym przypadku sugestię wysunęło kilku uczestników. Fakt, że rdzeń był namagnesowany powodował, że pole magnetyczne cewki elektromagnesu zwiększało lub zmniejszało pole magnetyczne rdzenia zależnie od kierunku przepływu prądu i wobec tego okres zmian siły przyciągania struny był równy okresowi zmian prądu.

Obciążenie struny można było zmieniać dolewając odmierzoną objętość wody do butelki a długość struny przez dodatkowe zamocowanie jej w dowolnym miejscu drutem do statywu. Najłatwiej było pobudzać strunę do drgań, umieszczając elektromagnes w pobliżu spodziewanej strzałki fali stojącej, a więc dla n = 1, 3 itp. w połowie długości struny, dla n = 2 w ¼ długości itd.

Częstość podstawowa użytej struny obciążonej jedynie pustą butelką wynosiła około 80 Hz. Zależność częstości od odwrotności długości struny, od pierwiastka z siły obciążającej i od rzędu drgania n należało wykreślić. Uzyskanie linii prostych przechodzących przez środek układu współrzędnych potwierdzało poprawność uzyskanego wzoru. Jednocześnie z wartości tangensa kąta nachylenia prostych

można było obliczyć wartość stałej A, która wynosiła 1. Należało przeprowadzić ocenę błędu z jakim została wyznaczona stała A.

Punktacja za zadanie doświadczalne była przyznawana następująco:

1. Część teoretyczna:
   - prawidłowa koncepcja eksperymentu i opis mechanizmu pobudzania struny do drgań – 2 punkty,
   - przeprowadzenie analizy wymiarowej i otrzymanie prawidłowego wzoru na częstość drgań struny – 5 punktów,
   - prawidłowe wprowadzenie do tego wzoru rzędu drgań n – 3 punkty,
2. Część doświadczalna:
   - zbadanie zależności f od F – 3 punkty,
   - zbadanie zależności f od l oraz n – 3 punkty,
   - wyznaczenie stałej A – 2 punkty,
   - analiza błędu – 2 punkty,

Wyniki uzyskane przez finalistów w zadaniu doświadczalnym należy uznać za bardzo dobre. Dziewięciu uczestników uzyskało ponad 30 punktów (od obu recenzentów łącznie), trzydziestu sześciu między 20 a 29 punktów, dwudziestu czterech pomiędzy 10 a 19 punktów a jedynie dziesięciu poniżej 10 punktów.

Źródło:
Zadanie pochodzi z czasopisma „Fizyka w Szkole” 79r.

Komitet Okregowy Olimpiady Fizycznej w Szczecinie
www.of.szc.pl