XXVII OLIMPIADA FIZYCZNA ETAP II
Zadanie doświadczalne

ZADANIE D1

Nazwa zadania: „Wahadełka na stojaku”

Mając dwa wahadła w postaci kul zawieszonych na nitkach, równię pochyłą (deskę) o regulowanym kacie nachylenia, kątomierz i statyw oraz wiedząc, że moment bezwładności kuli jest postaci $I = kmr^2$ ($m -$ masa kuli, $r -$ jej promień), wyznacz doświadczalnie wartość współczynnika k. Uzasadnij metodę pomiaru. Oszacuj błąd wyniku.

ROZWIĄZANIE ZADANIA D1

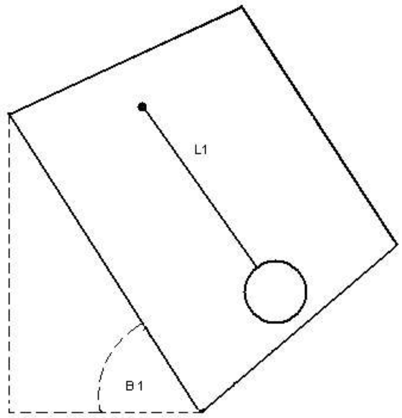
Jedno z wahadeł zaczepiamy na pochyłej desce jak na rys.9, drugie zawieszamy pionowo na statywie. Długość wahadła zawieszonego na statywie l_2 dobieramy w ten sposób, aby okresy drgań obu wahadeł były równe. Równania ruchu dla I wahadła o długości l_1 są następujące:

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{mgx}{l_1}\sin\beta - T$$

oraz

$$I\frac{d^2\varphi}{dt^2} = Tr$$

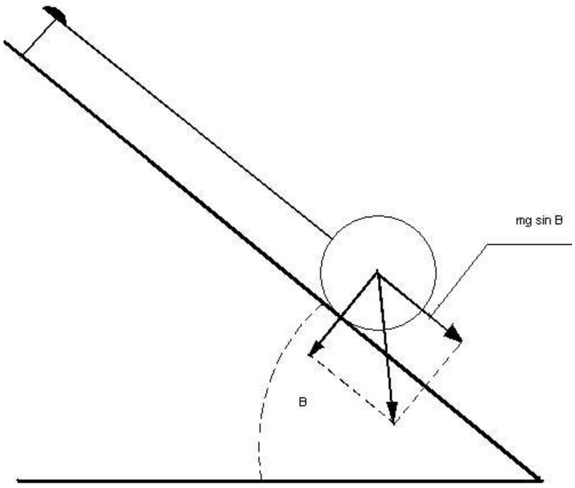
gdzie: $r -$ promień kuli, $T -$ siła tarcia, $m -$ masa kuli, $x -$ wychylenie z pozycji równowagi, $\varphi -$ kąt bieżący obrotu kuli wokół osi równoległej do osi.



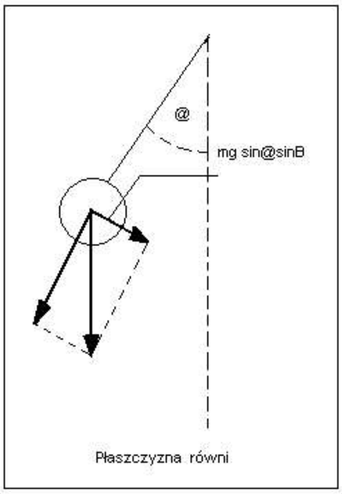
Ryc.9.

Założono, że kąt α wychylenia wahadła z pozycji równowagi jest mały $\alpha \approx \sin\alpha$.
Wahadło zaczepione jest w odległości r od deski (rys. 10, 11, 12)

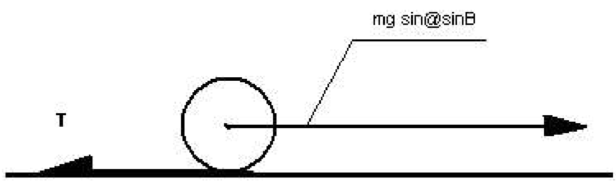
czyli



Ryc. 10



Ryc.11



Ryc. 12

Jeżeli ruch obrotowy wahadła jest bez poślizgu to $x = r_{\varphi}$. Ponieważ $I = kmr^2$
Ponieważ z równania 2 mamy:

$$kmr^2 \frac{1}{r}\frac{d^2x}{dt^2} = Tr \quad , \qquad T = \frac{kmd^2x}{dt^2}$$

Wobec tego

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{mgx}{l_1}\sin\beta - \frac{kmd^2x}{dt^2},$$

czyli

$$(1+k)\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{gx}{l_1}\sin\beta$$

i okres drgań takiego wahadła wynosi

$$T_1 = \sqrt{\frac{l_1(1+k)}{g\sin\beta}}.$$

Okres wahadła $T_2 = \sqrt{\frac{l_2}{g}}$, skąd

$$k = \frac{l_2}{l_1}\sin\beta - 1.$$

Na to, aby ruch wahadła odbywał się bez poślizgu, maksymalna siła przyspieszająca ruch kuli $mg\sin\alpha\sin\beta$ musi być mniejsza od maksymalnej siły tarcia $mg\cos\beta \cdot f$, czyli

$$f \geq tg\beta\sin\alpha,$$

co jest warunkiem spełnionym nawet dla kątów nachylenia równi 85° (jeżeli stosujemy kulę żelazna na desce).

Ponieważ tekście nie wymieniono linijki, należało ustalić stosunek $\frac{l_2}{l_1}$ np. równy 2 – łatwo to zrobić odmierzając jedno wahadło drugim, a następnie tak dobrać kąt nachylenia równi, aby otrzymać równe okresy wahań.

Wielu uczestników zawodów Ii stopnia rozwiązało zadanie w wyżej podany sposób, otrzymując prawidłowy wynik pomiarów. W niektórych okręgach kulki wahadeł nie były pełne w środku – wynik pomiaru różnił się wtedy od oczekiwanej wartości k= 0,4 ; powodowało to w kilku wypadkach próby naciągnięcia wyniku prawidłowych pomiarów do tej wartości.

Wielu uczestników próbowało rozwiązać problem porównując czas staczania się kulki z równi z okresem jednego lub kilku wahnięć wahadła matematycznego.
Taka metoda jest w zasadzie poprawna; ale dużo mniej dokładna od poprzedniej i dlatego była oceniana nieco niżej.

Duże trudności sprawiło uczestnikom dojście do prawidłowego wzoru na k w obu tych metodach. Najczęściej stosowano metodę przyrównywania energii potencjalnej do kinetycznej dla otrzymania wzoru na okres drgań wahadła na równi. Wielu uczniów nie rozwiązywało równań ruchu a tylko porównywało odpowiednie współczynniki z analogicznymi dla wahadła matematycznego. Tego typu postępowanie było także uznawane za poprawne.

Typowym błędem było założenie, że na wahadło na równi działa składowa przyspieszenia ziemskiego równoległa do równi ($g\sin\beta$) i dalej traktowanie takiego wahadła jako wahadło matematyczne.

Źródło:
Zadanie pochodzi z „Druk OF”

Komitet Okręgowy Olimpiady Fizycznej w Szczecinie
www.of.szc.pl