

# XXVI OLIMPIADA FIZYCZNA ETAP WSTĘPNY

## Zadanie teoretyczne

Wybierz lub podaj i krótko uzasadnij odpowiedź na wybrane siedem z poniższych dziesięciu punktów:

### Zadanie T2

1) Przy mieszaniu cukru w herbatce zauważamy, że ziarenka cukru na ogół zbierają się na środku dna, a nie przy jego brzegach. Czy cukier zbierałby się również w środku, gdybyśmy szklankę ustawili na środku płyty obracającej się ze stałą prędkością kątową?

2) Pod jakim kątem w stosunku do kierunku ruchu samolotu lecącego ze stałą prędkością  $V$  rozchodzi się dźwięk w przypadku, gdy prędkość dźwięku  $u$  jest mniejsza niż prędkość samolotu  $V$ ?

3) W przypadku prądu trójfazowego natężenie prądu płynącego przez przewód zerowy

a) zawsze jest równe zero.

b) może być różne od zera.

4) Z tego samego materiału zrobiono dwa rodzaje żwiru: drobnoziarnisty i gruboziarnisty. Z obu rodzajów żwiru w jednakowy sposób usypano kopce w postaci stożków o maksymalnym możliwym kącie nachylenia ścianki bocznej. Kąt nachylenia ścianki bocznej kopca ze żwiru drobno ziarnistego jest

a) większy niż

b) taki sam jak

c) mniejszy niż

kąt nachylenia ścianki bocznej stożka ze żwiru gruboziarnistego.

Zakładamy, że ziarna obu rodzajów żwiru są do siebie podobne i nie ulegają odkształceniom.

5) Podczas elektrolizy wodoru

a) zawsze wydziela się na katodzie,

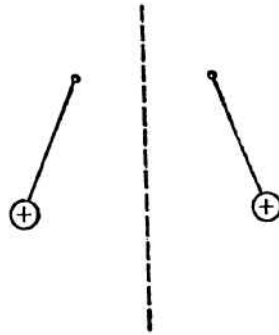
b) może wydzielać się na anodzie.

6) Dwa identyczne groszki wiszące na identycznych nitkach naelektryzowano jednakowym ładunkiem (rys. 6). Jeżeli w środku między groszkami znajdowałaby się bardzo duża, uziemiona płyta metalowa zaznaczona linią przerywaną, to

a) groszki nadal byłyby odchylone tak jakby płyty nie było.

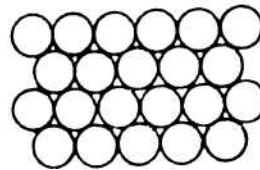
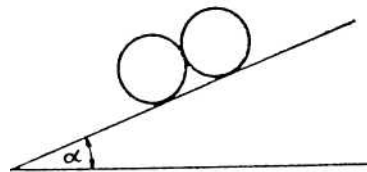
b) groszki wisiłyby pionowo.

c) każdy z groszków odchyliłby się od pionu w kierunku płyty.



rys.6

7) Dana jest równia pochyła o kącie nachylenia  $\alpha \neq 0$  oraz dwa jednorodne walce o jednakowych promieniach i masach. Współczynniki tarcia posuwistego walców o równię i walców między sobą są znane. Tarcia potoczyste pomijamy. Czy walce te można ustawić na równi w sposób pokazany na rysunku 58 tak, aby się nie staczały?



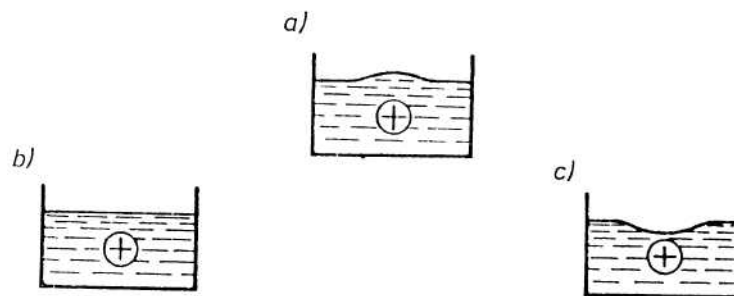
9

rys. 8

8) Chcąc otrzymać najgęściej upakowane ułożenie atomów w postaci kulek o jednakowych promieniach (do wielu celów traktowanie atomów jako kulek jest wystarczające), można postąpić w następujący sposób. Najpierw tworzymy warstwy, takie jak na rysunku 8. Następnie poszczególne warstwy układamy jedna na drugiej w ten sposób, by kulki z warstwy wyższej trafiły w zagłębienia między kulkami warstwy niższej. Czy postępowanie takie wyznacza rozkład atomów w sposób jednoznaczny, tzn. czy każde dwie otrzymane w ten sposób struktury atomów są przystające?

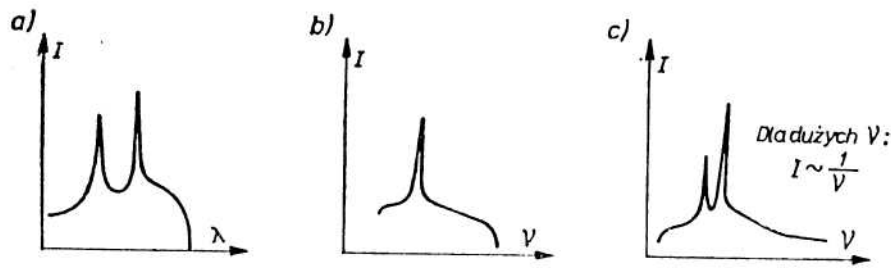
9) Tuż pod powierzchnią obojętnej elektrycznie cieczy nie przewodzącej] o dużej stałej dielektrycznej umieszczono ładunek punktowy. Powierzchnia cieczy przybrała kształt przedstawiony na rysunkach: 9a, 9b, 9c?

Czy znak ładunku jest tu istotny?



rys. 9

10) Który z wykresów pokazanych na rysunku 10 może przedstawiać rozkład widmowy promieniowania otrzymywanego z lampy rentgenowskiej?



rys. 10

## ROZWIĄZANIE ZADANIA T2

1) W obracającym się układzie na cząstki cieczy (i ziarenka cukru) działają siła ciężkości i siła odśrodkowa. Ponieważ każda z nich jest proporcjonalna do masy, można je zastąpić jednym efektywnym przyspieszeniem ziemskim, którego wartość i kąt względem pionu zmienia się w zależności od odległości od osi

$$|\vec{g}_{\text{ef}}| = \sqrt{g^2 + \omega^2 r^2},$$

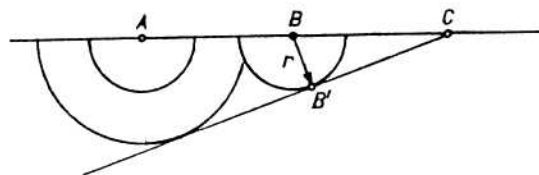
$$\text{tg } \alpha = \frac{\omega^2 r}{g}.$$

Powierzchnia swobodna cieczy w takim polu musi być wszędzie prostopadła do  $\vec{g}_{\text{ef}}$ , co w dość prosty sposób prowadzi do wniosku, że powinna ona przyjąć kształt paraboloidy obrotowej, jednak nie ma to żadnego znaczenia dla zachowania się ziarenek cukru. W układzie obracającym się, cząstki cieczy spoczywają i jedyne ich działanie na cukier polega na istnieniu siły wyporu, takiej samej jak w szklance spoczywającej. Pod wpływem siły odśrodkowej cukier zostanie odrzucony na brzegi, tak jakby to miało miejsce, gdyby w szklance był tylko cukier, a nie było herbaty (jedynie szybkość tego procesu będzie inna).

2) Samolot przelatując przez ośrodek staje się źródłem zaburzenia, które możemy traktować jako źródło fali kulistej. Zbadajmy czy zaburzenia te mogą doprowadzić do powstania powierzchni falowej i jaki warunek musi być przy tym spełniony. Przypuśćmy że samolot leci z lewa na prawo i znajduje się już w punkcie C (rys. 11). Z zaburzenia wytworzonego w B chwilę wcześniej

$$\left(\Delta t = \frac{BC}{V}\right)$$

rozwinęła się już fala kulista o promieniu  $r = u\Delta t = BC(u/V) < BC$  (jeśli spełnione są założenia zadania).



rys. 11

Z zaburzenia wysłanego z A rozwinęła się fala, której czoło (o tej samej fazie co faza w C) ma promień  $2r$ . Wyobrażając sobie, że ze wszystkich punktów pośrednich też zostały wysłane fale, dla których chwilowe czoła fal mają promienie proporcjonalne do odległości od punktu C, widzimy, że powstaje wypadkowe czoło fali. Kąt  $\beta$ , jaki tworzy kierunek rozchodzenia się tej fali z kierunkiem samolotu, łatwo obliczymy z trójkąta  $BCB'$

$$\cos \beta = \frac{r}{BC} = \frac{BC \frac{v}{V}}{BC} = \frac{v}{V}.$$

Łatwo zrozumiemy, że dla  $u > V$  podobnej konstrukcji nie możemy wykonać. Również z otrzymanego wzoru widać, że na to, by istniał kąt  $\beta$ , potrzeba, by  $u/V < 1$ . Innymi słowy fala dźwiękowa, o której mówimy, pojawiająca się w wyniku samego ruchu samolotu, a nie na przykład warkotu jego motoru, pojawi się tylko wtedy, gdy samolot porusza się z prędkością naddźwiękową.

Dokładnie to samo rozumowanie możemy powtórzyć w przypadku cząstki naładowanej poruszającej się z prędkością bliską  $c$  w ośrodku o współczynniku załamania  $n$ , w którym prędkość światła  $c/n$  jest mniejsza od prędkości cząstki. Pojawiające się wtedy promieniowanie nosi nazwę promieniowania Czerenkowa. Kąt, pod jakim rozchodzi się takie promieniowanie, jest dany w tym wypadku wzorem

$$\cos\beta = \frac{c}{nV},$$

A warunkiem istnienia tego promieniowania jest

$$V > \frac{c}{n}.$$

3) Jeśli fazy nie są równo obciążone, to przewodem zerowym może oczywiście płynąć prąd.

4) Rozpatrzmy dwa kopce usypane z ziaren spełniających warunki zadania. Niech ziarna drugiego kopca będą  $k$  razy większe.

Wyobraźmy sobie, że kąty nachylenia każdego z kopców oblicza dwóch fizyków. Pierwszy postanowił obliczyć wszystko w układzie SI. Drugi, nieco powolniejszy w pracy postanowił użyć innego układu. A więc zamiast metra przyjął jako wzorzec długości  $k$  metrów. Oznaczmy tę jednostkę  $m'$ . Nowa jednostka  $m'$  jest  $k$  razy większa, zatem rozmiary  $k$  razy większych ziaren w tych jednostkach są wyrażone tą samą liczbą co rozmiary mniejszych ziaren wyrażone w SI. Gdyby jednostkę czasu zostawić bez zmiany, to w tych nowych jednostkach wartość liczbowa przyspieszenia ziemskiego uległaby zmianie. Ale nasz nieco leniwy fizyk chciałby skorzystać z wyników obliczeń swego kolegi — żeby mieć tę samą wartość przyspieszenia ziemskiego, zmienia sekundę na nową jednostkę  $s'$

$$1 s' = \sqrt{k} s.$$

Wreszcie, żeby gęstość większych ziaren była liczbowo taka sama, przyjął nasz kombinator  $k^3$  razy większą jednostkę masy i postanowił najpierw wypisać dane liczbowe charakteryzujące problem.

Ponieważ na liście tej wystąpiły: kształt i rozmiar ziaren, ich gęstość, przyspieszenie ziemskie i dwa współczynniki tarcia ziaren o siebie i o podłoże, których wartość jako stosunek dwóch sił nie zależy od wyboru jednostek, lista danych wyjściowych do obliczeń okazała się taka sama jak analogiczna lista fizyka obliczającego kąt nachylenia pierwszego stożka. Ale ten właśnie skończył obliczenia i z satysfakcją wypisywał wynik: tyle a tyle stopni. Matematyczny problem drugiego fizyka był identyczny, z zadowoleniem przepisał więc wynik obliczeń kolegi jako swój własny. I oczywiście miał rację. Ale ta sama liczbowo wartość kąta w dużych jednostkach oznacza ten sam kąt, gdyż jednostka kąta  $1^\circ$  nie zależy od wzorców czasu, długości i masy. Zatem oba stożki będą naprawdę miały te same kąty!

Zauważmy, że gdyby ziarna były ściśliwe, i gdyby ten fakt miał wpływ na kąt pochylenia ścianki, to liczba wyrażająca ściśliwość tego samego materiału w nowych jednostkach byłaby inna. Drugi fizyk nie mógłby zatem skorzystać z wyników obliczeń pierwszego (bo tamten miał inną daną wyjściową). Kąt stożka usypanego z ziaren o innych rozmiarach (z tego samego materiału) mógłby okazać się inny.

5)Może, jeśli występuje w związku chemicznym z pierwiastkiem bardziej od niego aktywnym chemicznie (np. w LiH; lit jest kationem, a wodór anionem).

6)Uziemiona płyta ekranuje całkowicie pole elektryczne ładunku znajdującego się za nią. Każdy z groszków zachowywałby się tak, jakby w przestrzeni istniał tylko on sam i płyta. Jak wiadomo w takim wypadku na płycie indukuje się ładunek przeciwnego znaku i przyciąga ładunek do siebie niezależnie od jego znaku.

Zatem poprawna jest odpowiedź c.

7) Narysujmy wszystkie możliwe siły, jakie mogłyby działać w stanie równowagi (z pominięciem normalnej składowej siły reakcji od równi i normalnej składowej siły ciężkości, gdyż siły te mają zerowy moment obrotowy i nie wpływają na ruch w kierunku stycznym) (rys. 12).

Warunek dla momentów niższego walca

$$rT_2 = rT. \quad (1)$$

Dla wyższego

$$rT_1 = rT. \quad (2)$$

Warunek na znikanie składowej stycznej siły dla niższego walca

$$T_2 = mgsina + R \quad (3)$$

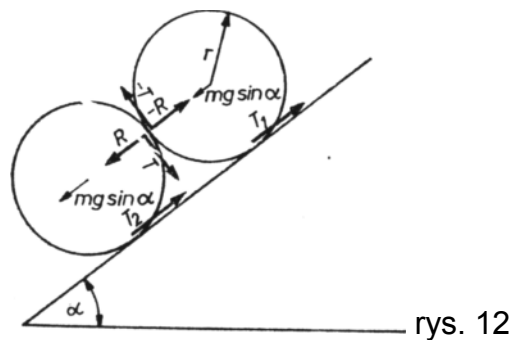
i dla wyższego

$$T_1 = mgsina - R \quad (4)$$

Z równań (1) i (2) wynika, że  $T_1 = T_2 = T$ . Podstawiając  $T$  w miejsce  $T_2$  do równań (3) i (4) i odejmując je stronami dostajemy

$$2R = 0 \quad (5)$$

Z praw tarcia wynika, że gdy znika nacisk  $R$ , związana z nim siła tarcia musi też zniknąć:  $T=0$ . Z równań (1) i (2) wnioskujemy, że w takim razie  $T_1 = 0 = T_2$  (cały czas przy założeniu, że mamy stan równowagi). Jeśli jednak  $R = T_1 = T_2 = 0$ , to z równania (3) bądź (4), wynika, że  $mgsina = 0$ , a to już jest sprzeczność (jeśli kąt nachylenia równi jest  $\neq 0$ , a sama równia wraz z walcami nie znajduje się w stanie nieważkości). Walców o równych masach i promieniach nie można zatem ustawić w równowadze na równi pochyłej.



8) Chwila zastanowienia przekonuje nas, że kule drugiej warstwy mogą być umieszczone jedynie w trzech wgłębieniach wokół każdej kuli dolnej warstwy (w co drugim). Układając zatem drugą warstwę musimy zdecydować się na wybór wgłębienia, w którym ułożymy pierwszą kulkę drugiej warstwy—dalszy układ kul w tej warstwie jest już wyznaczony. Ta dwuznaczność nie jest istotna, gdyż dwie otrzymane sytuacje mogą być przekształcone jedna w drugą przez obrót całego układu obu warstw o  $60^\circ$  wokół środka którejkolwiek z dolnych kul,; takie dwie warstwy ułożone na różne sposoby są więc izometryczne, a różnią się jedynie orientacją względem kartki papieru.

Jednak już przy układaniu trzeciej warstwy wspomniana dwuznaczność nie sprowadza się do izometrii. Dwa różne położenia trzeciej warstwy względem drugiej oznaczają, że kule trzeciej warstwy leżą albo nad kulami pierwszej warstwy,

albo też ich środki leżą nad środkami wgłębień kul pierwszej warstwy, a jest to fakt, którego się nie zmieni przez żaden obrót układu. Przedstawiony sposób gęstego upakowania nie jest zatem jednoznaczny (choć stopień wypełnienia przestrzeni jest w obu wypadkach jednakowy). Teoretycznie istnieje nieskończenie wiele struktur, jakie można w ten sposób utworzyć. Nazwijmy ułożenie trzeciej warstwy, w którym środki kul tej warstwy wypadają nad środkiem kul pierwszej warstwy, ułożeniem typu *a*, a drugie możliwe ułożenie typem *b*. Przy układaniu każdej kolejnej *n*-tej warstwy mamy alternatywę albo położyć tę warstwę w sposób *a* względem warstwy *n* -2, albo w sposób *b*. Możliwych nieskończonych struktur jest zatem tyle, ile możliwych nieskończonych ciągów

i wyrazach *a* i *b*, np.

*a a a a ...*  
*b, b, b, b, ...*  
*a, b, a, b, a, b, ...*  
*a a b b a a b b itd*

lub wręcz zupełnie chaotycznie

*a b b a b b b a a b a a a a b ...itd*

9) Ładunek elektryczny przyciąga cząsteczki dielektryka niezależnie od swego znaku. Istotą dielektryka jest możliwość polaryzacji jego cząsteczek w polu elektrycznym. Polega ona albo na rozsunięciu ładunków, albo na orientacji cząsteczki, jeśli ładunki dodatni i ujemny są w niej rozsunięte. Po spolaryzowaniu cząsteczka ustawia się w kierunku źródła pola końcem o ładunku przeciwnym do ładunku źródła (bo ten koniec jest przyciągany, a drugi odpychany). Przy takim zorientowaniu ładunek bliższy podlega działaniu większej siły przyciągającej niż siła odpychająca działająca na ładunek dalszy (bliżej źródła pole elektryczne jest silniejsze). W efekcie pojawia się zawsze przyciąganie. Poprawna jest zatem odpowiedź *a* i to niezależnie od znaku ładunku zanurzonego w cieczy.

10) Jedynie wykres *b*) może przedstawiać rozkład widmowy promieniowania rentgenowskiego, gdyż tylko ten rozkład charakteryzuje się istnieniem górnej granicy częstości  $\nu$ , poza którą natężenie wynosi ściśle zero. Fakt istnienia takiej granicy jest bardzo charakterystyczną cechą widma rentgenowskiego uzyskanego w wyniku hamowania elektronów o określonej energii na antykatodzie. Zgodnie z hipotezą kwantów promieniowania elektromagnetycznego i prawem zachowania energii, energia wytworzonego fotonu  $h\nu$  nie może przekraczać energii elektronu równej  $eU$ , gdzie  $U$  napięcie przyspieszające elektrony biegnące do antykatody.

Stąd

$$h\nu < eU,$$

czyli

$$\nu < \frac{e}{h} U.$$

Pomiar—jak to się nazywa — „krótkofalowej granicy widma rentgenowskiego” może być jedną z metod wyznaczenia uniwersalnej stałej przyrody  $e/h$