

# XXVI OLIMPIADA FIZYCZNA ETAP II

## Zadanie teoretyczne

### ZADANIE T2

Nazwa zadania: „Mydlana bańka”

Dana jest bańka mydlana o promieniu  $R$ . Napięcie powierzchniowe wody z mydłem wynosi  $\sigma$ . Powierzchnia bańki jest równomiernie naelektryzowana ładunkiem  $q$ .

1. Ile wynosi nadwyżka ciśnienia  $\Delta p$  w bańce nad ciśnieniem otaczającego powietrza?

2. Zbadaj rodzaj równowagi bańki wiszącej na otwartej słomce, tj. gdy  $\Delta p = 0$

*U w a g a:* Siłę ciężkości pomijamy. Zakładamy, że wartość  $\sigma$  nie zależy od ładunku zgromadzonego w bańce.

### ROZWIAZANIE ZADANIA T2

Wyodrębnijmy w myśli na powierzchni bańki mały krążek o promieniu  $r$ . W stanie równowagi wypadkowa sił działających na krążek ma być równa 0.

Siła działająca w dół (rys. 3) pochodzi od napięcia powierzchniowego działającego na obwód krążka stycznie do bańki. Wynosi ona:

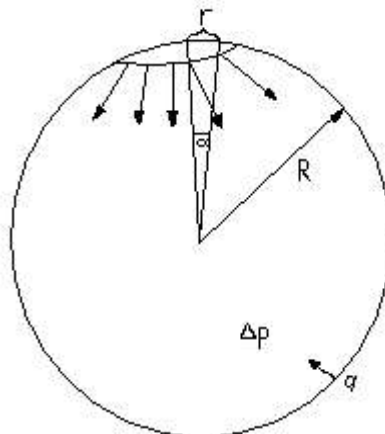
$$F_{\downarrow} = 2\sigma \cdot 2\pi r \sin\alpha =$$

bo błonka ma 2 strony
obwód krążka
bo interesują nas składowe pionowe

W górę działają na krążek 2 siły

a) siła pochodząca od nadwyżki ciśnienia

$$F_{1\uparrow} = \Delta p \pi r^2$$



Rys. 3

b) siła pochodząca od oddziaływań elektrostatycznych:

$$F_{21} = \frac{1}{2} \cdot \frac{q}{R^2} \cdot \frac{\pi r^2 q}{4\pi R^2} = \frac{q^2}{8\pi R^4} \pi r^2$$

ładunek  
na wybranym  
krążku

W stanie równowagi mamy

$$\frac{4\sigma}{R} \pi r^2 = \Delta p \cdot \pi r^2 + \frac{q^2}{8\pi R^4} \pi r^2$$

Stąd

$$\Delta p = \frac{4\sigma}{R} - \frac{q^2}{8\pi R^4}$$

Warto zwrócić uwagę na współczynnik  $\frac{1}{2}$  w wyrażeniu na siłę  $F_{21}$ . Bierze się on stąd, że siła z jaką powierzchnia kulista naładowana równomiernie ładunkiem  $q$  oddziałuje na ładunek  $Q$ , znajdujący się dokładnie na tej powierzchni wynosi

$$F_{21} = \frac{1}{2} \cdot \frac{qQ}{R^2}$$

Oto uzasadnienie tego związku (oznaczenia jak na rysunku 4):

$$r = R \sin 2\varphi = 2R \sin \varphi \cos \varphi$$

$$\Delta = 2R \cos \varphi$$

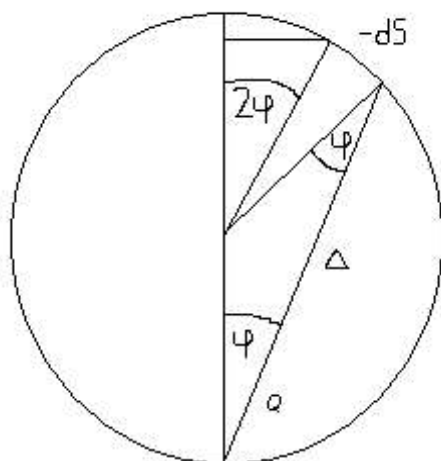
$$dS = 2\pi r R d(2\varphi) = 4\pi r R d\varphi$$

$$dq = \frac{q}{4\pi R^2} dS = 2q \sin \varphi \cos \varphi d\varphi$$

$$dF_{21} = \frac{Qdq}{\Delta^2} \cos \varphi = \frac{qQ}{2R^2} \sin \varphi d\varphi$$

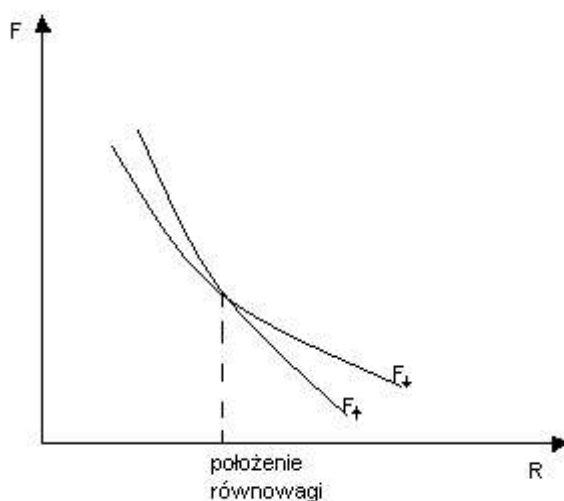
Całkując to wyrażenie po  $\varphi$  od 0 do  $\pi/2$  otrzymujemy, że wartość siły  $F_{21}$  wynosi

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{qQ}{R^2}$$



Rys 4.

W stanie równowagi przy  $\Delta p = 0$  siła  $F_{1\uparrow}$  jest równa zero i wystarczy rozpatrzeć siły  $F_{\downarrow}$  i  $F_{2\uparrow}$ . Przebieg tych sił w otoczeniu punktu równowagi pokazano na rysunku 5.



Rys. 5

Przy zwiększeniu  $R$  przeważa siła  $F_{\downarrow}$ , zaś przy zmniejszeniu - siła  $F_{2\uparrow}$ . W obu przypadkach wypadkowa siła dąży do przywrócenia pierwotnego położenia (pierwotnych rozmiarów bańki). Zatem bańka powinna pozostać w równowadze trwałej.

W stosunku do osób, które wybrały przedstawioną tu metodę rozwiązania, stosowano następujące kryterium ocen:

- a) wyprowadzenie siły elektrycznej 4 punkty;
- b) wyprowadzenie wzoru na  $\Delta p$  3 punkty;
- c) zbadanie rodzaju równowagi 3 punkty.

Zadania powyższe, tak jak prawie każde zadanie, można rozwiązać i innymi metodami.

Spora część uczniów rozwiązywała je wyznaczając minimum energii swobodnej. Oczywiście rozwiązania takie o ile były poprawne i nie zawierały luk w postaci

nieudowodnionych twierdzeń, były oceniane również na 10 punktów.

Do najczęstszych błędów popełnianych przez zawodników należało nieprawidłowe obliczanie elektrostatycznej energii potencjalnej oraz nieprawidłowe wyznaczanie siły  $F_2$ .

Źródło:  
Zadanie pochodzi z „Druk OF”

Komitet Okręgowy Olimpiady Fizycznej w Szczecinie  
[www.of.szc.pl](http://www.of.szc.pl)