

XXVI OLIMPIADA FIZYCZNA ETAP II

Zadanie teoretyczne

ZADANIE T1

Nazwa zadania: „Bezwładna gwiazdka”

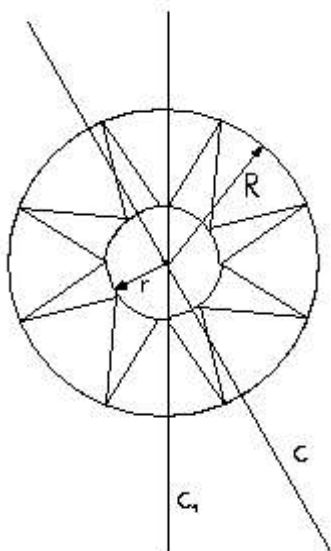
Z cienkiej jednorodnej blaszki wycięto foremną gwiazdkę ośmioramienną pokazaną na rysunku 1. Moment bezwładności tej gwiazdki względem osi C wynosi I_C . Wyznacz moment bezwładności gwiazdki względem osi C_1 . (Osie C i C_1 leżą w płaszczyźnie rysunku, r i R można uważać za wielkości znane.)

Wskazówka: Rozważ moment bezwładności względem osi prostopadłej do płaszczyzny gwiazdki.

ROZWIĄZANIE ZADANIA T1

Jeśli I_x i I_y oznaczają momenty bezwładności płaskiej płyty względem wzajemnie prostopadłych osi x i y leżących w płaszczyźnie płyty, to moment bezwładności tej płyty względem osi prostopadłej do x i do y i przechodzącej przez punkt przecięcia wynosi

$$I_z = I_x + I_y.$$



Rys. 1

Dowód powyższej zależności przebiega następująco:
Zgodnie z oznaczeniami podanymi na rysunku 2 mamy

$$I_y = \sum x_i^2 m_i$$

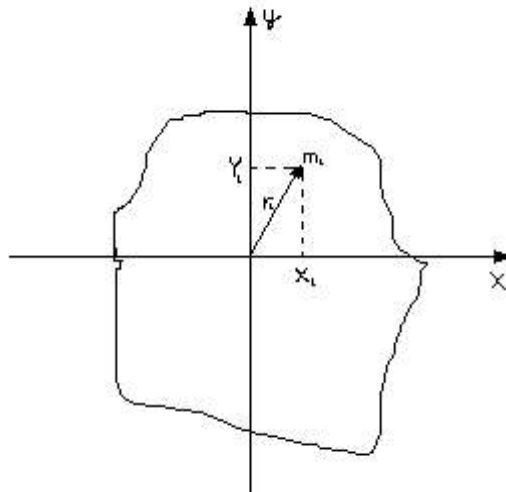
i

$$I_x = \sum y_i^2 m_i$$

Stąd

$$I_x + I_y = \sum (x_i^2 + y_i^2) m_i = \sum r_i^2 m_i = I_z$$

co kończy dowód.



Rys. 2

Za x i y można wybrać oś C i oś C^\perp wzajemnie do niej prostopadłą leżącą w płaszczyźnie gwiazdki, albo oś C_1 i oś C_{1^\perp} spełniającą analogiczny warunek. Mamy więc

$$I_z = I_C + I_{C^\perp} = I_{C_1} + I_{C_{1^\perp}}$$

Z symetrii gwiazdki wynika, że

$$I_{C^\perp} = I_C$$

i

$$I_{C_{1^\perp}} = I_{C_1}$$

Zatem

$$I_{C_1} = I_C$$

Widzimy więc, że momenty bezwładności gwiazdki względem osi C i C_1 są równe.

Przedstawione tu rozwiązanie jest oczywiście tylko jednym z wielu możliwych. Rozwiązania podane przez zawodników, którzy wybrali tę metodę rozwiązywania, były oceniane wg następującego schematu:

- a) dowód twierdzenia pomocniczego 5 pkt ;
- b) dowód ostatniej równości 5 pkt.

Oczywiście 10 punktów można było zdobyć wybierając inną metodę postępowania, o ile była ona poprawna i zupełna.

Warto tu podkreślić, że pewna część zawodników w rozwiązywaniu zadania korzystała z twierdzeń (nie zawsze prawdziwych), których nie ma w podręczniku szkolnym. W druczku olimpijskim przesyłanym do szkół pt.: "Jak rozwiązać zadania?"

wyraźnie podano, że “Poszczególne etapy rozumowania należy rozpisać, a wszelkie zależności, których nie ma w podręczniku szkolnym - udowodnić”. Rozwiązania , w których korzystano z twierdzeń pozaszkolnych bez ich udowadniania, były uznawane za niekompletne nawet jeżeli prowadziły do poprawnego wyniku.

Uwagi powyższe dotyczą wszystkich zadań.

Źródło:
Zadanie pochodzi z „Druk OF”

Komitet Okręgowy Olimpiady Fizycznej w Szczecinie
www.of.szcz.pl