XXVI OLIMPIADA FIZYCZNA ETAP II
Zadanie doświadczalne.

ZADANIE D1

Nazwa zadania: „Klocki z bloczkiem do wyznaczania współczynnika tarcia kinetycznego"

Mając do dyspozycji:

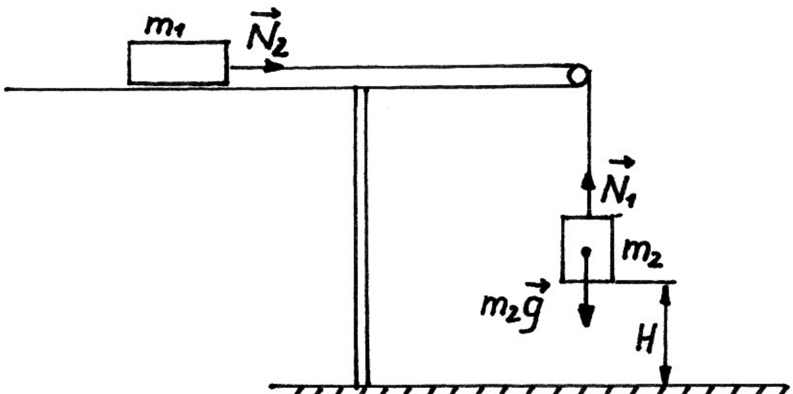
1) dwa klocki prostopadłościenne różnych wielkości z identycznego materiału (drewna),
2) nić,
3) pinezki,
4) probówkę,
5) taśmę klejącą,
6) linijkę,
7) stół

wyznacz współczynnik tarcia kinetycznego między płaskimi powierzchniami klocków i blatem stołu. Probówkę należy przymocować na skraju stołu i użyć w charakterze bloczka.

ROZWIĄZANIE ZADANIA D1

Zestawmy układ w sposób ukazany na rysunku 1. Zwalniając klocek m_2 powodujemy jednostajnie przyspieszony ruch układu aż do momentu zetknięcia się klocka z podłogą. Od tego momentu klocek m_1 porusza się nadal ruchem opóźnionym. Odległość d przebytą w tym ruchu łatwo wyznaczymy mierząc odległość krawędzi klocka m_1 od ustalonego punktu stołu w dwóch położeniach: raz – gdy klocek m_1 leży na podłodze, a nić jest naciągnięta, drugi raz – po zatrzymaniu się klocka m_1.

Doświadczenie będzie polegało na badaniu zależności $d(H)$, raz gdy klockiem spadającym jest klocek o masie m_2, drugi raz po zamianie klocków rolami. Znajdźmy teraz zależność teoretyczną $d(H)$.



Ryc. 1.

Rozpatrzmy najpierw tę fazę ruchu, gdy klocek m_2 nie dotknął jeszcze podłogi. Problem byłby bardzo łatwy, gdybyśmy mogli zaniedbać tarcie nici o probówkę – nie ma jednak żadnych powodów by tak postąpić. Uwzględnienie tarcia powoduje, że w czasie ruchu napięcie nici po jednej stronie probówki jest większe niż po stronie drugiej. Łatwo dowieść, że stosunek tych sił przy danym kącie, o jaki jest zagięta nić (w naszym wypadku 90°), jest stały, niezależnie od samej wartości napięcia.

Istotnie, wzrost napięcia nici po stronie, po której ciągniemy, powoduje proporcjonalny wzrost sił dociskających nić do probówki, a więc i sił tarcia na poszczególne fragmenty nici. Napięcie po drugiej stronie jest zmniejszane o te siły tarcia, zatem różnica napięcia początkowego i sił tarcia rośnie w tej samej proporcji. Oznaczmy stosunek $\frac{N_1}{N_2} = k =$ constans. Teraz możemy napisać równania dynamiki

$$m_1 a = N_2 - m_1 g f, \qquad (1)$$

$$m_2 a = m_2 g - N_1, \qquad (2)$$

$$N_1 = k N_2,$$

gdzie przez f oznaczyliśmy szukany współczynnik tarcia. Eliminując z równań (1) i (2) napięcia N_1 i N_2 dostaniemy w elementarny sposób

$$a = g \frac{1 - \frac{m_1}{m_2} k f}{1 + \frac{m_1}{m_2} k}. \qquad (3)$$

Ruch ten odbywa się na drodze H, końcowa prędkość v spełnia zatem związek

$$aH = \frac{v^2}{2}. \qquad (4)$$

Od tego momentu zaczyna się ruch opóźniony, w którym na klocek m_1 działa tylko siła tarcia $m_1 g f$. Opóźnienie w tym ruchu wynosi gf, a droga przebyta wiąże się z prędkością początkową v (tą samą, która była prędkością końcową pierwszej fazy ruchu) wzorem

$$d_1 g f = \frac{v^2}{2}. \qquad (5)$$

Podstawiając do (5) v^2 z wzoru (4), w którym zamiast a podstawiamy wyrażenie dane wzorem (3) dostajemy

$$d_1 = \frac{1}{f} \frac{1 - \frac{m_1}{m_2} k f}{1 + \frac{m_1}{m_2} k} H. \qquad (6)$$

Widzimy, że zależność między d_1 a H jest liniowa. Zamieniając klocki rolami powtarzamy dokładnie doświadczenie. Odległość przebytą w ruchu opóźnionym przez klocek o masie m_2 oznaczymy d_2. Wyrażenie na d_2 dostaniemy ze wzoru (6) zamieniając w nim m_1 na m_2, a m_2 na m_1

$$d_2 = \frac{1}{f} \frac{1 - \frac{m_2}{m_1} kf}{1 + \frac{m_2}{m_1} k} H, \tag{7}$$

gdyż z założenia współczynniki tarcia obu klocków są takie same.

Mierząc odległości d_1 i d_2 dla wielu wartości H możemy sporządzić wykresy $d_1(H)$ i $d_2(H)$, z których odczytujemy współczynniki kierunkowe odpowiednich prostych. Metodą graficzną możemy łatwo oszacować przedziały wartości, w których te współczynniki mogą się mieścić.

Wiedząc, że klocki wykonane są z tego samego materiału, możemy wyznaczyć stosunek ich mas przez prosty pomiar objętości prostopadłościanów. W dalszym ciągu przyjmiemy, że stosunek

$$\alpha = \frac{m_1}{m_2}$$

został zmierzony i jest wobec tego wielkością znaną. Oznaczając zmierzone współczynniki kierunkowe prostych literami A i B dostajemy ostatecznie układ równań

$$\frac{1}{f} \frac{1 - \alpha kf}{1 + \alpha k} = A, \tag{8}$$

$$\frac{1}{f} \frac{1 - \frac{1}{\alpha} kf}{1 + \frac{1}{\alpha} k} = B,$$

w którym A, B i α są znane, a k i f szukane.

Układ równań (8) można łatwo rozwiązać względem k i f.

Pierwsze z nich po zlikwidowaniu kreski ułamkowej jest równaniem liniowym względem k. Wyznaczając k z tego równania dostajemy

$$k = \frac{1}{\alpha f} \frac{1 - Af}{1 + A}. \tag{9}$$

Wstawiając tę wartość do drugiego z równań dostajemy równanie na f

$$\frac{1-\frac{1}{\alpha^2}\frac{1-Af}{1+A}}{f+\frac{1}{\alpha^2}\frac{1-Af}{1+A}}=B, \tag{10}$$

które po pomnożeniu obu stron przez mianownik jest znów równaniem pierwszego stopnia na f.

Po elementarnych przekształceniach wynik możemy zapisać w postaci

$$f=\frac{\alpha^2(A+1)-(B+1)}{\alpha^2 B(A+1)-A(B+1)}. \tag{11}$$

Przedziały, w których powinna mieścić się prawdziwa wartość f, łatwo ustalamy znając przedziały, w których mieszczą się liczby A, B i α.

Punktacja:

W dostępnym źródle brak informacji na temat punktacji.

Źródło:
Zadanie pochodzi z „Olimpiady Fizyczne XXV i XXVI”
autor: Andrzej Szymacha
WSiP 1980

Komitet Okregowy Olimpiady Fizycznej w Szczecinie
www.of.szc.pl