# XXII OLIMPIADA FIZYCZNA ETAP WSTĘPNY
## Zadanie teoretyczne

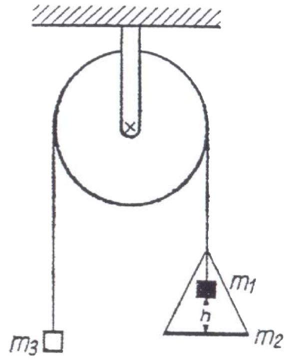
### ZADANIE T2

*Nazwa zadania:* „Szalka na bloczku"

Na bloczku zawieszono ciało i szalkę, nad którą na wysokości $h$ wisi kawałek plasteliny o masie $m_1$ (rys. 36). Masa szalki równa się $m_2$, a masa ciała wiszącego po drugiej stronie bloczka $m_3$. Całość początkowo znajdowała się w stanie równowagi: $m_1 + m_2 = m_3$. Po przepaleniu nitki plastelina spadła na szalkę i zderzyła się niesprężyście;

a) z jaką prędkością porusza się układ po zderzeniu,

b) ile ciepła wydzieliło się w wyniku zderzenia ?



Rys. 36

### ROZWIĄZANIE ZADANIA T2

Zadanie to najwygodniej rozwiązać korzystając z bardzo ważnego twierdzenia mechaniki określającego zmiany całkowitego momentu pędu dowolnego układu punktów materialnych (część tych punktów może być ze sobą sztywno połączona tworząc to, co nazywamy bryłą sztywną — nie jest to jednak warunek konieczny). Twierdzenie to mówi, że pochodna po czasie (szybkość zmian) całkowitego momentu pędu układu równa jest całkowitemu momentowi sił zewnętrznych, działających na układ. Istotą tego twierdzenia jest fakt, że suma momentów wewnętrznych jest, dzięki prawu akcji i reakcji, równa tożsamościowo zeru, a zatem siły wewnętrzne nie mogą wpływać na zmiany całkowitego momentu pędu. W szczególności, gdy na układ nie działają siły zewnętrzne, jego moment pędu musi być stały. Dlatego twierdzenie to nazywa się często, niezbyt precyzyjnie, zasadą zachowania momentu pędu. Uczniowie bardzo dobrze znają i umiejętnie stosują szczególne przypadki tego twierdzenia. Na przykład, jeśli ograniczymy się do badania układów ciał w spoczynku (tzn. w stanie równowagi), to twierdzenie to daje nam natychmiast znaną regułę statyki, mówiącą, że suma algebraiczna wszystkich momentów sił zewnętrznych musi być równa zeru. Poza statyką, twierdzenie to w programie szkolnym stosowane, jest jeszcze do badania ruchu pojedynczej bryły sztywnej. Należy jednak pamiętać o jego całkowitej ogólności, pozwalającej stosować to twierdzenie zarówno do ruchu pojedynczego punktu materialnego (szczególnie przydatne jest to wtedy, gdy ramię siły względem pewnej osi jest stale równe zeru — tzw. siła centralna), jak i układu brył sztywnych czy elastycznych, w hydrodynamice, akustyce itd.

Wróćmy teraz do naszego konkretnego zadania. Układ, z którym mamy do czynienia, składa się z trzech ciał o masach $m_1$, $m_2$, $m_3$ i bloczka o pewnym momencie bezwładności $B$. Na układ ten działają więc następujące siły zewnętrzne: siły ciężkości $m_1g$, $m_2g$, $m_3g$, siła ciężkości bloczka oraz siła reakcji osi powodująca, że cały ten układ nie spada w dół z przyspieszeniem ziemskim $g$. Oczywiste jest, że moment siły ciężkości bloczka oraz moment siły reakcji osi, względem środka obrotu, są równe zeru. Całkowity moment obrotowy może więc pochodzić jedynie od sił ciężkości: $(m_1 + m_2)g$ i $m_3 g$, które z założenia są sobie równe. Ramiona tych dwóch sił też są sobie równe, a więc i momenty są równe. Ponieważ ciężar szalki i plasteliny stara się obrócić układ zgodnie z ruchem wskazówek zegara, a ciężar $m_3 g$ stara się obrócić układ w stronę przeciwną, więc algebraiczna suma momentów jest równa zeru. Stosując twierdzenie przed chwilą omówione, wnioskujemy, że moment pędu całego układu liczony względem osi obrotu bloczka będzie cały czas stały. Na rozumowanie powyższe nie miało wpływu, czy nitka utrzymująca ciężarek $m_1$ jest cała czy przepalona. Ponieważ przed przepaleniem nitki układ spoczywał, to znaczy jego całkowity moment pędu był równy zeru, więc moment ten musi cały czas równać się zeru, zarówno w trakcie spadania plasteliny, jak i po jej przyklejeniu się do szalki.

Po przyklejeniu się plasteliny do szalki, ewentualny dalszy ruch układu musiałby być taki, że znaki momentów pędu wszystkich elementów układu byłyby takie same. Suma liczb jednakowego znaku może być jednak równa zeru tylko wtedy, gdy wszystkie składniki są równe zeru. Dochodzimy zatem do wniosku, że po przyklejeniu się plasteliny cały układ znów spoczywa, podobnie jak przed przepaleniem nitki. Oczywiście w okresie czasu od przepalenia nitki do zderzenia plasteliny z szalką poszczególne części układu poruszały się, ale nie przeczy to prawu zachowania momentu pędu, gdyż wskutek zerwania więzów, moment pędu plasteliny mógł mieć znak przeciwny niż moment pędu pozostałych elementów układy (plastelina poruszała się „w prawo", a reszta układu—" w lewo"). Po przywróceniu więzów (przyklejeniu plasteliny do szalki) układ musi się zatrzymać. Znaleźliśmy odpowiedź na pytanie i proszę zwrócić uwagę, że nie musieliśmy wykonywać żadnych obliczeń! Było to możliwe dzięki ogólności prawa, którym się posłużyliśmy. Przejdźmy, teraz do obliczenia ciepła wydzielonego w czasie zderzenia. Ciepło to równe jest całkowitej energii kinetycznej, jaką układ miał tuż przed zderzeniem. Z kolei energia kinetyczna uzyskana przez układ w czasie spadania plasteliny równa się — na mocy zasady zachowania energii mechanicznej, obowiązującej w czasie spadania — zmianie energii potencjalnej układu. Na zmianę tę składa się ubytek energii potencjalnej mas $m_1$ i $m_3$, które opadły w dół, i wzrost energii potencjalnej szalki, która wzniosła się nieco do góry. Oznaczmy wysokość, z jakiej spadła plastelina, przez $h_1$ a wysokość, na jaką wzniosła się szalka, przez $h_2$. Oczywiście, ze względu na nierozciągliwość nitki, masa $m_3$ musiała opaść o tyle samo, o ile wzniosła się szalka, a więc też o $h_2$. Ubytek energii potencjalnej równy wydzielonemu ciepłu wynosi więc:

$$\Delta E_p = Q = \left(h_2 m_3 + h_1 m_1 - h_2 m_2\right) g. \tag{1}$$

Ponieważ początkowa odległość między szalką a plasteliną wynosiła $h$, to drogi tych dwóch ciał idących sobie na spotkanie muszą w sumie dać dokładnie $h$:

$$h_1 + h_2 = h \tag{2}$$

Z warunków zadania mamy ponadto

$$m_1 + m_2 = m_3 . \tag{3}$$

Związki (2) i (3) pozwalają na podanie ostatecznej postaci wyrażenia na $Q$:

$$Q = gh_2(m_3 - m_2) + gh_1 m_1 = g(h_2 m_1 + h_1 m_1) = m_1 g(h_1 + h_2) = m_1 gh.$$

Okazuje się, że wynik zależy tylko od masy plasteliny i jej początkowej odległości od szalki, a nie zależy od pozostałych parametrów układu. Od tych ostatnich zależy jedynie proporcja, w jakiej dana odległość $h$ podzieli się na drogę przebytą przez plastelinę i drogę przebytą przez szalkę. Obliczenie tych wielkości byłoby już nieco bardziej kłopotliwe, ale na szczęście o to nas w zadaniu nie pytają.

Źródło:
Zadanie pochodzi z „Druk z OF"72/73

Komitet Okregowy Olimpiady Fizycznej w Szczecinie
www.of.szc.pl