XXII OLIMPIADA FIZYCZNA ETAP WSTĘPNY
Zadanie teoretyczne

ZADANIE T1

Nazwa zadania: „Równia pochyła"

A. Wybierz i krótko uzasadnij właściwą odpowiedź:

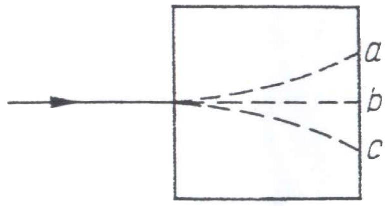
1. Z tej samej wysokości z równi pochyłej puszczono jednocześnie dwie kulki o takich samych promieniach, masach i własnościach powierzchni. Jedna z kulek była pełna, a druga — wykonana z innego materiału — miała wydrążoną współśrodkowo wnękę kulistą. Podstawę równi szybciej osiągnęła kulka
   a) pełna,
   b) wydrążona.

(Tarcia nie zaniedbujemy).

2. Współczynnik załamania sześcianu pokazanego na rysunku zależy monotonicznie od wysokości, przy czym na dole jest większy niż na górze. Prostopadle do bocznej ściany tego sześcianu puszczamy wiązkę światła. Wiązka ta wewnątrz sześcianu będzie biegła wzdłuż krzywej: *a, b, c.*

3. Pod czajnikiem z gotującą się wodą zgaszono nagle gaz. Wokół czajnika pojawiła się mgła. Przyczyną tego jest
   a) wzmożone parowanie,
   b) wzmożone skraplanie,
   c) zmiana ciśnienia.

4. Tory kolejowe biegną w wąwozie o równoległych pionowych ścianach. Po torach ze stałą prędkością, jedzie lokomotywa. Lokomotywa gwiżdże z częstością f. Częstości echa wielokrotnego docierającego do maszynisty mają
   a) wyłącznie częstość f,
   b) również częstości różne od f.



Rys. 33

B. Wyjaśnij dlaczego:
1. Agrafka z jednego końca ma zawinięte kółeczko.
2. Przy cumowaniu statków linę owija się o słupek.

ROZWIĄZANIE T1

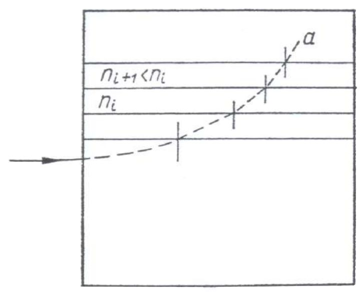
A1. Jeżeli kule mają istotnie poruszać się z różnymi przyspieszeniami, to przynajmniej jedna z nich powinna staczać się bez poślizgu. W przypadku bowiem poślizgu przyspieszenie zależy tylko od kąta nachylenia i współczynnika tarcia, a nie zależy od momentu bezwładności (porównaj zadanie 3 ze stopnia I poprzedniej olimpiady). Jeżeli jednak odgrywa rolę ruch obrotowy, to ponieważ wydrążona kula o tej samej masie i promieniu wewnętrznym ma moment bezwładności większy od kuli pełnej, przeto wydrążoną „trudniej rozkręcić" i w efekcie będzie ona poruszała się wolniej. Prawidłowa odpowiedź 1a.

Nazwa zadania: „Współczynnik załamania sześcianu”

A2. Jeżeli podzielimy (w myśli) nasz sześcian na szereg bardzo cienkich, poziomych warstw płasko-równoległych i w każdej takiej warstwie zastąpimy zmienny współczynnik załamania jego wartością średnią, to otrzymamy sześcian, w którym promienie poruszałyby się (na ogół) po liniach łamanych. Jasne jest, że przy przechodzeniu z grubością warstwy do zera, owe łamane powinny dążyć do krzywych charakteryzujących rzeczywisty przebieg promieni wzdłuż linii gładkich. Rozumowanie to pozwala natychmiast wykluczyć krzywą *a*, *gdyż* przy przechodzeniu światła z ośrodka o większym współczynniku załamania do ośrodka o mniejszym współczynniku załamania, kąt załamania powinien być większy od kąta padania, a nie mniejszy jak widać na rysunku 34.

Dokładnie odwrotną sytuację mamy dla krzywej *c* — jest więc ona zgodna z prawami optyki geometrycznej.

Niestety, nie możemy bez dalszego wniknięcia w prawa optyki, wykluczyć na tej drodze promienia *b.* Naiwnie rozumując można by powiedzieć, że jakkolwiek cienkie byłyby warstwy zastępcze, które przed chwilą wprowadziliśmy, to promień *b* będzie zawsze biegł całkowicie wewnątrz jednej takiej warstwy, co jest oczywiście zgodne z prawami optyki geometrycznej. Wprawdzie, gdyby jego kierunek choć minimalnie był niedokładnie poziomy, to musiałby się wcześniej czy później załamać (tak jak promień *c*), co jeszcze bardziej nachyliłoby go ku pionowi, a więc musiałby się znów za łamać i tak dalej — jego przebieg byłby taki, jak promienia *c.* Czy jednak może on „zaczepić" o pierwszą warstwę, na granicy której się załamie jedynie wskutek niedokładności w kierunku? Jeśli chwilę pomyślimy nad tym, to przekonamy się, że nie jest to jedyny czynnik. Pojęcie promienia jako wyidealizowanej linii bez żadnej grubości ma sens jedynie przybliżony. W rzeczywistości najdoskonalszy nawet promień ma pewną skończoną grubość rzędu co najmniej długości fali światła, a w naszym rozumowaniu możemy pomyśleć o warstwach zastępczych o grubości na przykład 1/10 długości fali. Wtedy najdoskonalszy nawet promień będzie musiał od razu poruszać się w kilku sąsiadujących ze sobą warstwach — będzie on „czuł", że u góry jest ośrodek o mniejszym współczynniku załamania, a na dole — ośrodek o większym współczynniku załamania. Front fali zacznie pochylać się ku dołowi. Nawet gdyby promień był początkowo skierowany minimalnie ku górze, to wzniósłby się nieco zakrzywiając stale swój kierunek ku dołowi i upodobnił w końcu swój bieg do promienia *c.* Prawidłowa odpowiedź *2c.*



Rys. 34

Istnieje ciekawe twierdzenie, które odegrało kiedyś ważną rolę przy odkryciu mechaniki kwantowej, ustalające analogię pomiędzy kształtem promieni świetlnych w ośrodku o zmiennym współczynniku załamania a kształtem torów ciał materialnych poruszających się w przestrzeni o zmieniającym się potencjale. W tym sensie przebiegi *a, b, c* są analogiczne do hipotetycznych torów ciała w rzucie poziomym w polu sił skierowanych ku dołowi. Jeżeli tor *c* jest zgodny z prawami mechaniki (przy danej prędkości), to jasne jest, że żaden inny wychodzący z tego samego punktu i w tym samym kierunku nie może być z tym prawem zgodny.

Na zakończenie warto powiedzieć na czym polegała heurystyczna rola twierdzenia o analogii praw optyki geometrycznej i mechaniki klasycznej. Otóż wiadomo było doskonale, że optyka geometryczna, wprowadzająca pojęcie promienia świetlnego jest przypadkiem granicznym, przybliżonym optyki falowej. Jej prawa *są* dobrze spełnione, jeśli długość fali światła jest mała w porównaniu z charakterystycznymi rozmiarami szczelin czy przeszkód, na które w swej drodze napotyka światło. Jeśli rozmiary tych obiektów są porównywalne z długością fali, to obserwujemy charakterystyczne zjawiska dyfrakcji i interferencji. Nasunęło to myśl, że być może i mechanika klasyczna jest przybliżeniem bardziej ścisłej falowej teorii materii, słusznym tylko wtedy, gdy długość fali związanej z cząstkami materialnymi jest w jakimś sensie mała. Okazało się, że tak istotnie jest, przy czym długość fali, jaką należy przypisać cząstce o pędzie p, wynosi $\lambda = h / p$, gdzie h jest tzw. *stalą Plancka*. W zjawiskach atomowych falowe własności materii rzeczywiście zaobserwowano około 50 lat temu, co dało początek rozwojowi współczesnej mechaniki kwantowej.

Nazwa zadania: „Czajnik z gotującą się wodą”

A3. Oczywiście przyczyną może być tylko zwiększone skraplanie spowodowane gwałtownym zmniejszeniem strumienia gorących spalin, czyli gwałtownym obniżeniem temperatury wokół czajnika. Przez krótki czas po skręceniu gazu woda nadal intensywnie paruje i dopiero po pewnym, czasie to parowanie ustaje, a wraz z nim znika i mgła otaczająca czajnik. Prawidłowa odpowiedź 3b.

Nazwa zadania: „Lokomotywa”

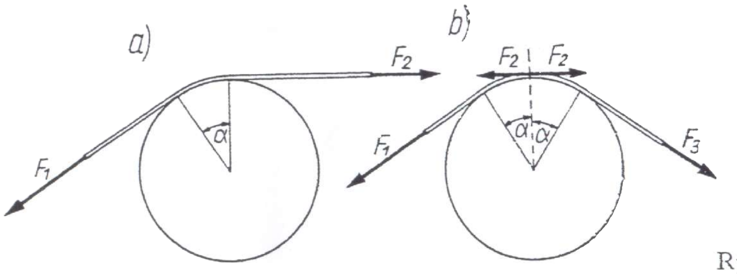
A4. Ponieważ nie zmienia się w czasie jazdy odległość od lokomotywy do żadnej ze ścian wąwozu, zatem czas między wysłaniem impulsu a usłyszeniem go po odbiciu od ściany jest stały i nie ma powodów, by wystąpił efekt Dopplera. Prawidłowa odpowiedź 4a.

Nazwa zadania: „Agrafka”

B1. Rola kółeczka przy agrafce polega na tym, że zmiana kąta, jaki jedno ramię agrafki tworzy z drugim, występująca stale przy zapinaniu i rozpinaniu agrafki rozkłada się na dużej długości drutu, z którego uformowane jest kółeczko, powodując tym samym znacznie mniejsze lokalne odkształcenia materiału, niż gdyby oba ramiona łączył tylko krótki łuk. Ma to dwa skutki. Po pierwsze agrafka jest mniej sztywna, łatwiej po prostu ją *zgiąć,* przy jednocześnie dużej sztywności odcinków prostoliniowych. Po drugie mniejsze odkształcenia znacznie zwiększają trwałość agrafki — nie grozi jej pęknięcie po krótkim okresie użytkowania.

Nazwa zadania: „Cumowanie statków”

B2. Takie owinięcie znacznie zwiększa siłę tarcia, a więc zmniejsza siłę, z jaką wystarczy przytrzymywać wolny koniec liny, by unieruchomić statek. Często wystarczy do tego sam ciężar wolnego końca liny. Postarajmy się zrozumieć, dlaczego z tak wielką siłą trzeba ciągnąć linę od strony statku, by przezwyciężyć znikomą silę, z jaką utrzymywany jest wolny koniec liny Rozważmy w tym celu następującą sytuacje (rys. 35a). Próbując przeciągnąć linę za pomocą siły F_1 musimy przezwyciężyć nie tylko siłę F_2, ale i siłę tarcia. Dla utrzymania równowagi wystarczy więc siła $F_2 < F_1$.



Rys. 35

Kluczem do zrozumienia problemu jest to, że stosunek siły F_2/F_1 jest stały przy danym kącie α. Rzeczywiście, jeśli zwiększymy siłę F_1, to w tej samej proporcji muszą wzrosnąć siły nacisku i tarcia liny o palik w każdym jego punkcie oraz siła F_2. Wynika to z rozważania bardzo podobnego do tego, które przeprowadziliśmy analizując problem drgań tłumionych w zadaniu IV stopnia I poprzedniej olimpiady. Istotnie wyobraźmy sobie, że po zwiększeniu F_1 zmieniliśmy układ metryczny wybierając na przykład inną jednostkę czasu, a nie zmieniając ani metra, ani kilograma. Wtedy zmieni się jednostka siły i można tak dobrać te zmianę, by liczbowa wartość nowej, większej siły była równa wartości starej siły w poprzednich jednostkach. Zauważmy ponadto, że siła nacisku i siła tarcia w każdym punkcie liny oraz minimalna siła F_2 utrzymująca równowagę muszą dać się wyrazić przez siłę F_1 i ewentualnie kąt α, promień walca i współczynnik tarcia. Jednakże liczbowe wartości żadnego z tych współczynników nie uległy zmianie (o ile współczynnik tarcia jest naprawdę stały, to znaczy niezależny od nacisku). Jeśli więc matematyka nas nie oszukuje, to na siły nacisku na, siły tarcia i na siłę F_2 powinniśmy dostać teraz te same liczby co poprzednio (przecież żadne dane liczbowe się nie zmieniły). W nowym układzie jednostek stare wartości oznaczają, że wszystkie siły wzrosły i to dokładnie w takiej proporcji, w jakiej wzrosła siła F_1. Skoro siła równoważąca F_2 wzrosła w takiej samej proporcji, co siła F_1 to istotnie stosunek

$$\frac{F_2}{F_1} \text{ nie zależy od } F_1$$

A teraz rozważmy sytuację, gdy lina owinięta jest wokół palika o kąt 2 α. Skoro siła F_1 jest nadal równoważona, to napięcie liny w punkcie A musi być równe F_2. *Z* prawa akcji i reakcji wynika, że część liny na lewo od punktu A ciągnie pozostałą część liny też z siłą F_2. Żeby tę siłę zrównoważyć, trzeba teraz przyłożyć siłę F_3 będącą w tej samej proporcji do F_2, co F_2 do F_1. Oczywiście zakładamy, że zarówno lina, jak i walec mają, w każdym swym punkcie, jednakowe własności. Jeśli oznaczymy stosunek

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{F_3}{F_2} = k,$$

to możemy napisać

$$F_3 = kF_2 = k \cdot kF_1 = k^2F_1.$$

Powtarzając rozumowanie n *razy,* dochodzimy do wniosku, że dla kąta, który jest n *razy* większy od kąta α, wystarczy, by siła F_{n+1} potrzebna do zrównoważenia siły F_1 była równa

$$F_{n+1} = k^n F_1.$$

Jeśli kąt rośnie w postępie arytmetycznym, to siła wystarczająca do utrzymania ustalonej siły F_1 maleje w postępie geometrycznym. Jeśli przy owinięciu palika liną o kąt na przykład 36° siła wystarczająca do utrzymania równowagi byłaby, powiedzmy, tylko dwa razy mniejsza od siły napinającej, to po pełnym owinięciu liny o palik, czyli o kąt 360°, wystarczyłaby siła stanowiąca mniej niż 1/1000 siły napinającej (dokładnie 1/1024), a przy dwukrotnym owinięciu, wystarczyłaby jedna milionowa siły napinającej. Jeśli i to przekracza możliwości naszych mieśni, to owińmy linę trzykrotnie. Wystarczy wtedy siła miliard razy mniejsza od siły napinającej! To właśnie jest powodem skuteczności działania wszelkiego rodzaju węzłów.

Źródło:
Zadanie pochodzi z „Druk z OF" 72/73

Komitet Okregowy Olimpiady Fizycznej w Szczecinie
www.of.szc.pl