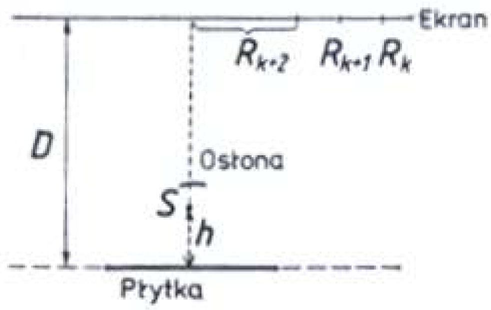
XLVII OLIMPIADA FIZYCZNA ETAP II
Zadanie teoretyczne

ZADANIE T2

Nazwa zadania: „Pierścienie interferencyjne"

Na wysokości h=30 cm nad cienką, szklaną płytką płaskorównoległą znajduje się punktowe źródło światła monochromatycznego o długości fali $\lambda = 6{,}6 * 10^{-5}\,cm$. Nad źródłem, w odległości D=270 cm od powierzchni płytki, umieszczono równolegle do niej ekran, na którym widać pierścienie interferencyjne. Jaka jest grubość płytki, jeżeli kolejne trzy jasne pierścienie mają promienie $R_k = 187{,}2cm; R_{k+1} = 172{,}5cm; R_{k+2} 157{,}7cm$, ryc.1.



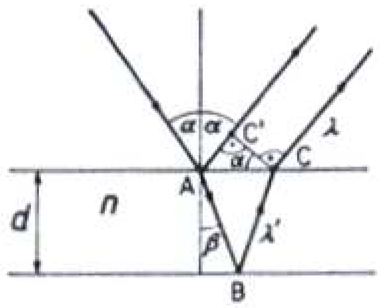
ryc.1

ROZWIĄZANIE ZADANIA T2

Rozważmy drogi optyczne ABC oraz AC'. Warunkiem interferencji konstruktywnej jest równość

$$(1) \qquad \frac{2d}{\lambda'} - \frac{2d tg\beta \sin\alpha}{\lambda} = k + \frac{1}{2},$$

gdzie k jest liczbą całkowitą (1/2 wynika ze zmiany fazy fali odbitej od gęstszego ośrodka), d oznacza grubość płytki, zaś λ i λ' oznaczają długości fal w powietrzu oraz wewnątrz płytki o współczynniku załamania n, ryc. 2:



ryc.2

$$(2) \qquad \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{\lambda}{\lambda'} = n .$$

Warunek (1) możemy więc zapisać w postaci

$$(3) \qquad \frac{2d}{\lambda}\sqrt{n^2-\sin^2\alpha} = k+\frac{1}{2}.$$

Podnosząc do kwadratu obie strony równania (3) dla k, k+1 i k+2 otrzymujemy układ równań

$$(4) \qquad n^2-\left(\frac{k+1/2}{2d/\lambda}\right)^2=\sin^2\alpha_k,$$

$$(5) \qquad n^2-\left(\frac{k+1+1/2}{2d/\lambda}\right)^2=\sin^2\alpha_{k+1},$$

$$(6) \qquad n^2-\left(\frac{k+2+1/2}{2d/\lambda}\right)^2=\sin^2\alpha_{k+2}.$$

Odejmując stronami (5) od (4) dostajemy

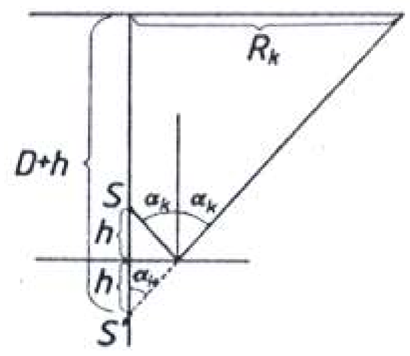
$$(7) \qquad \frac{2k+2}{(2d/\lambda)^2}=\sin^2\alpha_k-\sin^2\alpha_{k+1}.$$

Odejmując zaś (6) od (4) dostajemy

$$(8) \qquad \frac{4k+6}{(2d/\lambda)^2}=\sin^2\alpha_k-\sin^2\alpha_{k+2}.$$

Odejmując następnie stronami podwojone równanie (7) od równania (8) otrzymujemy ostatecznie

$$(9) \qquad 2\left(\frac{\lambda}{2d}\right)^2=2\sin^2\alpha_{k+1}-\sin^2\alpha_k-\sin^2\alpha_{k+2}.$$



ryc.3

Korzystając z tożsamości $\sin^2\alpha = tg^2\alpha/(1+tg^2\alpha)$ i wyrażając następnie wartości tangensów kolejnych kątów λ_k przez dane $R_k, D, h : tg\alpha_k = R_k/(D+h)$ (ryc.2) otrzymujemy z równania (9)

$$(10) \qquad d=\frac{\lambda}{\sqrt{2(2\sin^2\alpha_{k+1}-\sin^2\alpha_k-\sin^2\alpha_{k+2})}}.$$

Wynik otrzymany ze wzoru (10):
$d = 3{,}35 * 10^{-3}$ cm.

Ponieważ w trakcie obliczeń $2\sin^2\alpha_{k+1}-\sin^2\alpha_k-\sin^2\alpha_{k+2}$ kasują się trzy pierwsze cyfry znaczące, zaś dane zawierają co najwyżej cztery cyfry znaczące, wynik ten obarczony jest ponad 10% błędem.

Źródło:
Zadanie pochodzi z czasopisma „Fizyka w Szkole" listopad-grudzień 98r.