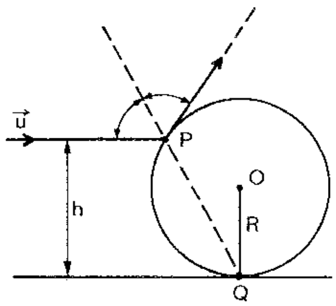
# XLV OLIMPIADA FIZYCZNA ETAP II
## Zadanie teoretyczne

### ZADANIE T2

*Nazwa zadania:* „Walec i pocisk."

W sztywny, jednorodny walec o promieniu R, spoczywający na sztywnym poziomym podłożu, uderza pocisk. Masy walca i pocisku są jednakowe. Tor pocisku leży na płaszczyźnie pionowej, prostopadłej do osi symetrii walca i dzielącej walec na dwie jednakowe części. Tuż przed uderzeniem pocisk ma prędkość $u$ skierowana poziomo. W wyniku uderzenia walec toczy się po podłożu bez poślizgu, zaś wektor prędkości odbitego pocisku tworzy z prostą przechodzącą przez punkty $P$ i $Q$ taki sam kąt jaki tworzył z tą prostą wektor $u$ (przed zderzeniem), ryc. 1. $P$ i $Q$ są punktami styku walca z pociskiem oraz z podłożem w chwili początkowej zderzenia.




Zakładamy dla uproszczenia, że zderzenie jest doskonale sprężyste oraz, że współczynnik tarcia walca o podłoże jest równy zero. Oblicz wysokość $h$ na jakiej nastąpiło zderzenie, wiedząc, że $R < h < 2R$.

### ROZWIĄZANIE ZADANIA T2

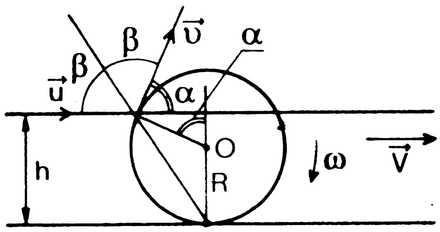
Oznaczamy przez $m$ masę pocisku oraz masę walca, przez $u$ i $v$ - prędkości pocisku przed i po zderzeniu, a przez $V$ i $\omega$ - odpowiednio prędkość liniową środka masy i prędkość kątową walca po zderzeniu. Z zasad zachowania energii, pędu (w kierunku poziomym) i momentu pędu układu, np. względem początkowego położenia środka $O$ walca, ryc. 2, mamy

$$\frac{mu^2}{2} = \frac{mv^2}{2} + \frac{\left(mR^2/\omega^2\right)}{2} + \frac{mV^2}{2}, \tag{1}$$

$$mu = mv\cos\alpha + mV, \tag{2}$$

$$\left(h - R\right)mu = Rmv + \frac{mR^2}{2}\omega, \tag{3}$$

gdzie $\cos\alpha = (h - R)/R$ będziemy dalej oznaczać przez $x$: $x = \cos\alpha = \left(h - R\right)/R$.




Ryc. 2

Dla $V = \omega R$ mamy układ trzech równań na $v/u$, $V/u$ oraz $x$:

$$1 = \left(\frac{v}{u}\right)^2 + \frac{3}{2}\left(\frac{V}{u}\right)^2 . \qquad (4)$$

$$1 = x\frac{v}{u} + \frac{V}{u} , \qquad (5)$$

$$x = \frac{v}{u} + \frac{1}{2}\frac{V}{u} . \qquad (6)$$

Rozwiązujemy ten układ podstawiając np. $v/u$ z (6) do (4) oraz (5), a następnie odejmując (4) od (5) stronami. Po prostych przekształceniach otrzymujemy

$$x = \pm\frac{1}{\sqrt{2}} . \qquad (7)$$

Rozwiązanie ujemne jest sprzeczne z warunkiem $R < h < 2R$. Pozostaje zatem $x = 1/\sqrt{2}$, któremu odpowiada

$$h = R(1 + x) = R\left(1 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right).$$

Punktacja:

| | |
|---|---|
| Równanie (1) | 2 pkt. |
| Równanie (2) | 2 pkt. |
| Równanie (3) | 3 pkt. |
| Rozwiązanie (8) | 3 pkt. |


Źródło:
Zadanie pochodzi z „Druk z OF”

Komitet Okręgowy Olimpiady Fizycznej w Szczecinie
www.of.szc.pl