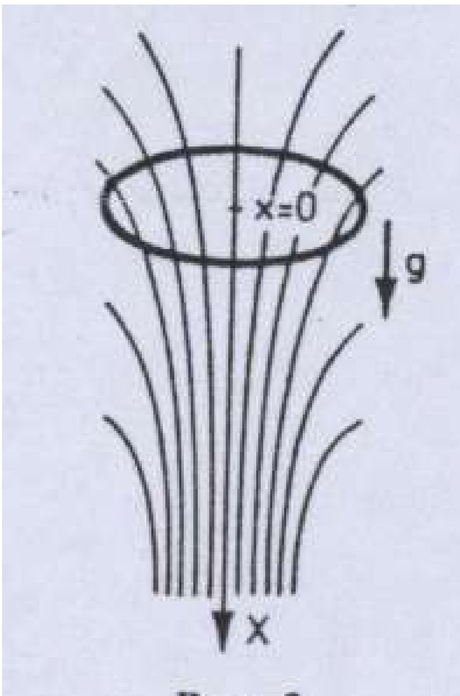
XLV OLIMPIADA FIZYCZNA ETAP III
Zadanie teoretyczne

ZADANIE T2

Nazwa zadania: „Przewodzący pierścień"

Przy powierzchni Ziemi(przyspieszenie grawitacyjne g), w stałym niejednorodnym polu magnetycznym, osiowo- symetrycznym, wokół pionowej osi **X** opada cienki, jednorodny pierścień przewodzący o oporze **R** i masie **m**. W chwili początkowej **t = 0** pierścień spoczywa poziomo, zaś jego środek znajduje się w punkcie **x = 0**. W czasie ruchu płaszczyzna pierścienia jest prostopadła do osi X. Linie pola magnetycznego mają taki kształt, że dla poziomo ustawionego pierścienia, którego środek znajduje się w punkcie x, strumień magnetyczny **Φ** przechodzący przez ten pierścień jest równy $\Phi = \Phi_0 + bx$. Przedstaw szybkość $M = dQ/dt$, z jaką jest wydzielane ciepło Q w pierścieniu, jako funkcję czasu t.

Zaniedbaj zmiany pola magnetycznego spowodowane przepływem prądu w pierścieniu.



Ryc. 2

UWAGA:

Rozwiązaniem ogólnym równania $dy/dt = B - Ay$, gdzie A i B są stałymi, jest y = (B/A)(1-const·exp(-At)).

ROZWIĄZANIE ZADANIA T2

Energia mechaniczna pierścienia znajdującego się na wysokości odpowiadającej współrzędnej x oraz mającego prędkość $v(v = dx/dt)$ jest postaci

$$E_m = E_0 - mgx + (1/2)mv^2 \qquad (1)$$

gdzie E_0 jest dowolną stałą. Ponieważ całkowita energia jest zachowana, to szybkość wydzielania się ciepła w pierścieniu jest równa szybkości ubywania energii mechanicznej E_m :

$dQ/dt = -dE_m/dt = mgv - mvdv/dt$. (2)

Z drugiej strony to moc elektryczna prądu I wzbudzonego w pierścieniu jest zamieniana na ciepło,

$dQ/dt = RI^2$. (3)

Natężenie prądu I jest proporcjonalne do wartości SEM indukcji.

$I = |SEM_{ind}|/R = |-d\Phi/dt|/R = |-d\Phi_z/dt|/R = (b/R)v$. (4)

Z równań (3) i (4) dostajemy

$dQ/dt = (b^2/R)v^2$, (5)

co po podstawieniu do (2) daje równanie

$dv/dt = g - (b^2/RM)v$. (6)

Rozwiązaniem tego równania ruchu (zgodnie z uwagą i warunkiem v=0 dla t=0) jest

$v = (Rmg/b^2)[1 - \exp(-At)]$

$(A = b^2/RM)$ (7)

Korzystając z (7)możemy teraz wyrazić $M = dQ/dt$ jako funkcję czasu:

$M = (Rm^2g^2/b^2) \cdot [1 - \exp(-At)]^2$. (8)

Po odpowiednio długim czasie $t >> A^{-1}$ szybkość opadania pierścienia jest w przybliżeniu stała $v = v_0 = Rmg/b^2$, a szybkość wydzielania ciepła M też praktycznie nie ulega zmianie.

Źródło:
Zadanie pochodzi z „Druk OF”

Komitet Okręgowy Olimpiady Fizycznej w Szczecinie
www.of.szc.pl