XLIV OLIMPIADA FIZYCZNA ETAP III
Zadanie teoretyczne

ZADANIE T2

Nazwa zadania: „Ruch cząstki”
Na cząstkę o masie m i ładunku q poruszającą się w stałym jednorodnym polu magnetycznym o indukcji B działa siła hamująca, proporcjonalna do prędkości v cząstki i przeciwnie do niej skierowana. F= -γv. W chwili początkowej cząstka miała prędkość v prostopadłą do wektora indukcji B. Oblicz odległość między położeniem, w którym cząstka zatrzyma się po nieskończenie długim czasie, a położeniem w którym znajdowała się w chwili początkowej.
Dane:
m ,q , B=|B|,γ,u=|u|

ROZWIĄZANIE ZADANIA T2

Jeżeli przyjmiemy, że w chwili początkowej cząstka znajdowała się w początku układu współrzędnych, w punkcie (0,0,0) oraz że B = (0,0,B) i u =(u,0,0) to wtedy równania ruchu przyjmą postać:

$$m(dv_x/dt)= -\gamma v_x-qBv_y$$
$$m(dv_y/dt)= -\gamma v_y-qBv_x$$

ruch cząsteczki odbywa się w płaszczyźnie z więc:

$$(d/dt)(mv_x+\gamma x-qB_y)=0$$
$$(d/dt)(mv_y+\gamma y+qB_x)=0$$

$$x,y,v_x,v_{xy} = f(t)$$

skoro pochodna funkcji jest równa zero to funkcja pierwotna ma wartość stałą więc:

$$mv_x + \gamma x - qBy = C_1$$
$$mv_y + \gamma y + qBx = C_2$$

gdzie C_1 i C_2 są pewnymi stałymi, które można wyznaczyć z warunków początkowych ruchu. A mianowicie: kładąc w równaniach (2) x(0)=0 i y(0)=0 oraz $v_x(0)$=u i $v_y(0)$=0 dla t=0 otrzymujemy C_1=mu, C_2=0 czyli

$$m[v_x(t)-u]= - \gamma x(t)+qB\gamma(t), \qquad (4)$$
$$mv_y(t)= - \gamma y(t)-qBx(t).$$

W dalszym ciągu rozwiązania problemu wystarczy już tylko jakościowa dyskusja układu równań (4). Wiemy, że prędkość cząstki oddziaływującej z polem magnetycznym nie ulega zmianie. Jednak tutaj mamy do czynienia również z siłą hamującą (γ>0), która powoduje zatrzymanie cząstki praktycznie po odpowiednio dlugim, lecz skończonym czasie (w zależności od rzeczywistych warunków, w jakich dobywa się ruch cząstki; rozważane prędkości mniejszych od pewnej wielkości traci sens). mamy więc $v_x \rightarrow 0$ i $v_y \rightarrow 0$ dla t $\rightarrow$x. Oznaczamy przez x_x i y_x współrzędne położenia punktu, do którego zmierza cząstka, tzn. x→x, i y→y, dla t→x. Zgodnie z (4) mamy dla t→x następujący układ równań:

$$mu = \gamma x_x - qBy_x \qquad (5)$$
$$0 = \gamma y_x + qBx_x$$

Rozwiązaniem układu (5) są współrzędne

$$x_x = \frac{\gamma}{\gamma^2 + (qB)^2} mu \quad \text{oraz} \quad y_x = \frac{qB}{y^2 + (qB)^2} mu ,$$

zatem szukana odległość wynosi

$$d = \left(x_x^2 + y_x^2\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{m|u|}{\left[\gamma^2 + (qB)^2\right]^{1/2}}$$

Punktacja:
Za prawidłowe rozwiązanie zadania 3 pkt w tym:
Za wyprowadzenie wzorów : 2 pkt
Za podanie prawidłowej odpowiedzi 1 pkt

Źródło:
Zadanie pochodzi z „Druk OF”

Komitet Okręgowy Olimpiady Fizycznej w Szczecinie
www.of.szc.pl