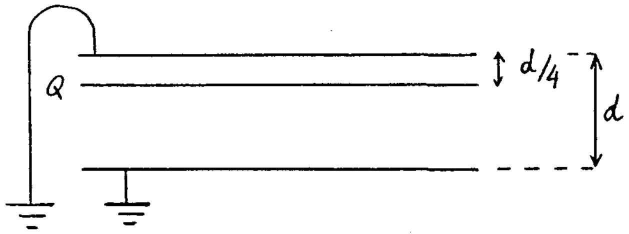
# XLIII OLIMPIADA FIZYCZNA ETAP WSTĘPNY
## Zadanie teoretyczne

### ZADANIE T1

*Nazwa zadania:* „Przewodniki”

**A)** Pomiędzy dwa duże, uziemione, płaskie i równolegle przewodniki oddalone o d wsunięto równolegle płaski przewodnik naładowany elektrycznym ładunkiem Q. Odległość naładowanego przewodnika od jednego z uziemionych wynosi d/4, rys.1. Przewodniki są identyczne, a ich liniowe rozmiary są znacznie większe od odległości d. Jakie ładunki zostały wyidukowane na uziemionych przewodnikach? Zaniedbaj efekty brzegowe.

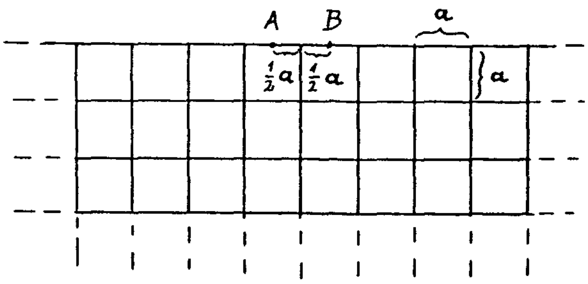
rys. 1




*Nazwa zadania:* „Opór między punktami”

**B)** Oblicz opór między punktami A, B sieci nieskończonej, zbudowanej z jednorodnych przewodów, każdy o długości a i oporze R, wypełniającej półpłaszczyznę, rys.2.

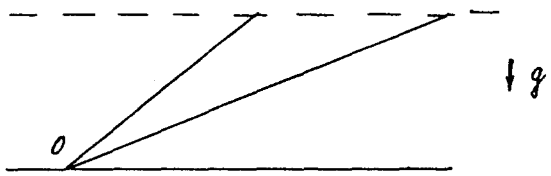
rys. 2




*Nazwa zadania:* „Pozycja pozioma prętów”

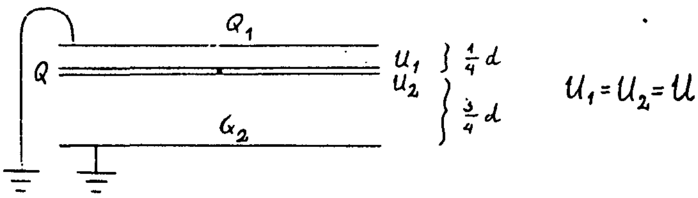
**C)** Który z prętów zwolnionych jednocześnie, dłuższy czy krótszy, osiągnie wcześniej pozycję poziomą? Oba są bardzo cienkie, mogą obracać się swobodnie wokół ustalonej osi 0, zaś górne ich końce spoczywają początkowo na tej samej wysokości, rys.3. Przyjmij, że pole grawitacyjne jest jednorodne.

rys. 3




## ROZWIĄZANIE ZADANIE T1

**A)** Przyjmijmy, że potencjał uziemionych przewodników jest równy zero, zaś potencjał przewodnika naelektryzowanego ładunkiem Q wynosi U. Traktując układ przewodników jako dwa kondensatory połączone równolegle, rys.1 (przewodnik znajdujący się między uziemionymi płytkami wyobrażamy sobie jako dwie bardzo bliskie, połączone ze sobą równolegle okładki),




rys. 1

mamy następujące równania dla indukowanych ładunków $Q_1$ i $Q_2$:

$$Q_1 + Q_2 = -Q$$

(1)

Oraz

$$\frac{Q_1}{C_1} : \frac{Q_2}{C_2} = \frac{U_1}{U_2} = 1 \tag{2}$$

Ponieważ pojemność C kondensatora płaskiego jest odwrotnie proporcjonalna do odległości między jego okładkami, otrzymujemy z równania (2) zależność

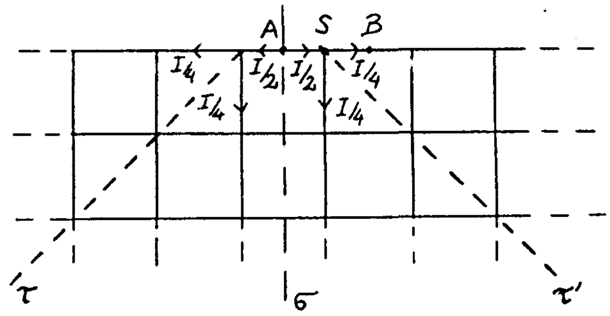
$$Q_1 = \frac{C_1}{C_2} Q_1 = 3Q_2 \tag{3}$$

Układ równań (1) „ (3) ma rozwiązanie

$$Q_1 = -\frac{3}{4} Q \ ; \ Q_2 = -\frac{1}{4} Q$$

**B)** Rozważmy dodatnią elektrodę o pewnym potencjale V, przyłożoną do punktu A, z której wypływa prąd I. Rozkład potencjałów w sieci jest symetryczny względem płaszczyzny prostopadłej do danej półpłaszczyzny. Można więc usunąć wszystkie (za wyjątkiem zawierającego punkt A) odcinki sieci przecinające płaszczyznę o, nie zmieniając przy tym rozkładu prądów odpływających do nieskończoności, której przypisujemy wartość potencjału równą zero. Korzystając z symetrii każdej z dwóch powstałych podsieci (odpowiednio względem przekątnych r i r') otrzymujemy rozkład prądów, jak na rysunku 2.

rys. 2




Jeżeli do elektrody o potencjale -V, przyłożonej do punktu B (pod nieobecność elektrody dodatniej) wpływa taki sam prąd 1, to rozkład prądów względem punktu B jest taki sam (zmienione są tylko kierunki prądów) jak względem punktu A.

Ponieważ w każdym z rozważanych przypadków spadek potencjału między dowolnymi punktami obwodu jest pewną liniową funkcją prądów płynących wzdłuż linii łączącej te punkty, złożenie dwóch rozwiązań (dodanie stronami) odpowiadających poszczególnym przypadkom (z elektrodą dodatnią lub ujemną) jest rozwiązaniem problemu z dwoma elektrodami. W przypadku przyłożenia źródła prądu do punktów A i B, zasilającego obwód prądem 1, wyobrażamy sobie dwa niezależne przypadki, dodatniej elektrody przyłączonej w punkcie A oraz ujemnej, przyłączonej w punkcie B i dodajemy prądy odpowiadające tym przypadkom wzdłuż drogi łączącej punkty A i B:

$$I_{SA} = \frac{1}{2}I + \frac{1}{4}I = \frac{3}{4}I \qquad \text{oraz} \qquad I_{SB} = \frac{1}{2}I + \frac{1}{4}I = \frac{3}{4}I \tag{1}$$

Różnica potencjałów między punktami A,B jest równa

$$U_{AB} = I_{AS}\frac{1}{2}R + I_{SB}\frac{1}{2}R = \frac{3}{4}RI \tag{2}$$

Ponieważ z drugiej strony napięcie $U_{AB}$ wyraża się wzorem $U_{AB} = R_{AB}I$, opór elektryczny między punktami A i B obwodu wynosi $R_{AB} = \frac{3}{4}R$.

**C)** Korzystając z zasady zachowania energii otrzymujemy równanie

$$\frac{I\omega^2(x)}{2} = \frac{mgx}{2} \tag{1}$$

gdzie $I = kml^2$ oznacza moment bezwładności cienkiego pręta o masie m i długości l względem osi 0, zaś ω(x) oznacza prędkość kątową pręta, gdy jego górny koniec jest na wysokości $h - x$, rys.3. Z równania (1) obliczamy ω(x),

$$\omega(x) = \sqrt{\frac{mgx}{l}} = \sqrt{\frac{gx}{k}}\frac{1}{l} \tag{2}$$

Jeżeli przez $\Delta$ oznaczymy przyrost kąta podczas obrotu pręta w momencie, gdy jego górny koniec znajduje się na wysokości *h* — *x*, to $\Delta$ = *cos*$^{-1}$*(r)*, gdzie cos(r)= $\sqrt{1-(h-x)^2/l^2}$ . Spełniona jest zatem zależność

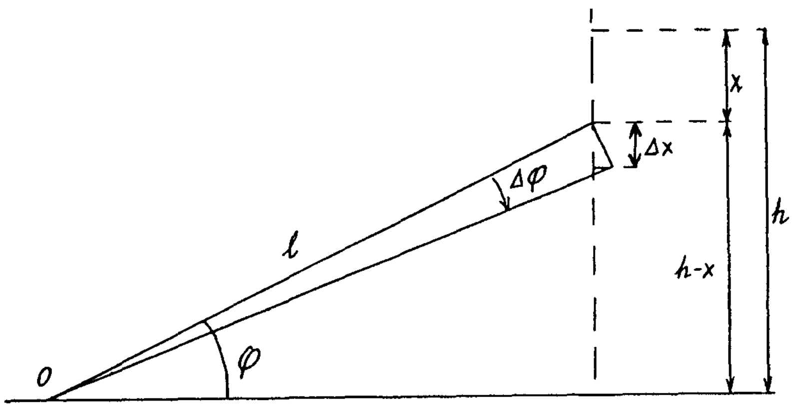
$$\Delta\varphi = \sqrt{\frac{1}{l^2-(h-x)^2}}\Delta x \tag{3}$$

Czas $\Delta$ t obrotu pręta o $\Delta$L w zależności od x jest równy

$$\Delta t = \frac{\Delta\varphi}{\omega(x)} = \sqrt{\frac{k}{g}}\sqrt{\frac{1}{x(1-(h-x)^2/l^2)}}\Delta x \tag{4}$$

Dla każdej wartości x z przedziału O < x < h czas przebycia odcinka $\Delta$x dla dłuższego pręta jest mniejszy niż dla krótszego.

rys. 3




**Punktacja:**

a)

- podanie wzoru –1 p.
- uzasadnienie –0,5 p.
- udzielenie pełnej odpowiedzi –0,5 p.

b)

- podanie wzoru –1 p.
- uzasadnienie –0,5 p.
- udzielenie pełnej odpowiedzi –0,5 p.

c)

- podanie wzoru –1 p.
- uzasadnienie –0,5 p.
- udzielenie pełnej odpowiedzi –0,5 p.

Źródło:

Zadanie pochodzi z „Druk OF”

Komitet Okręgowy Olimpiady Fizycznej w Szczecinie
www.of.szc.pl