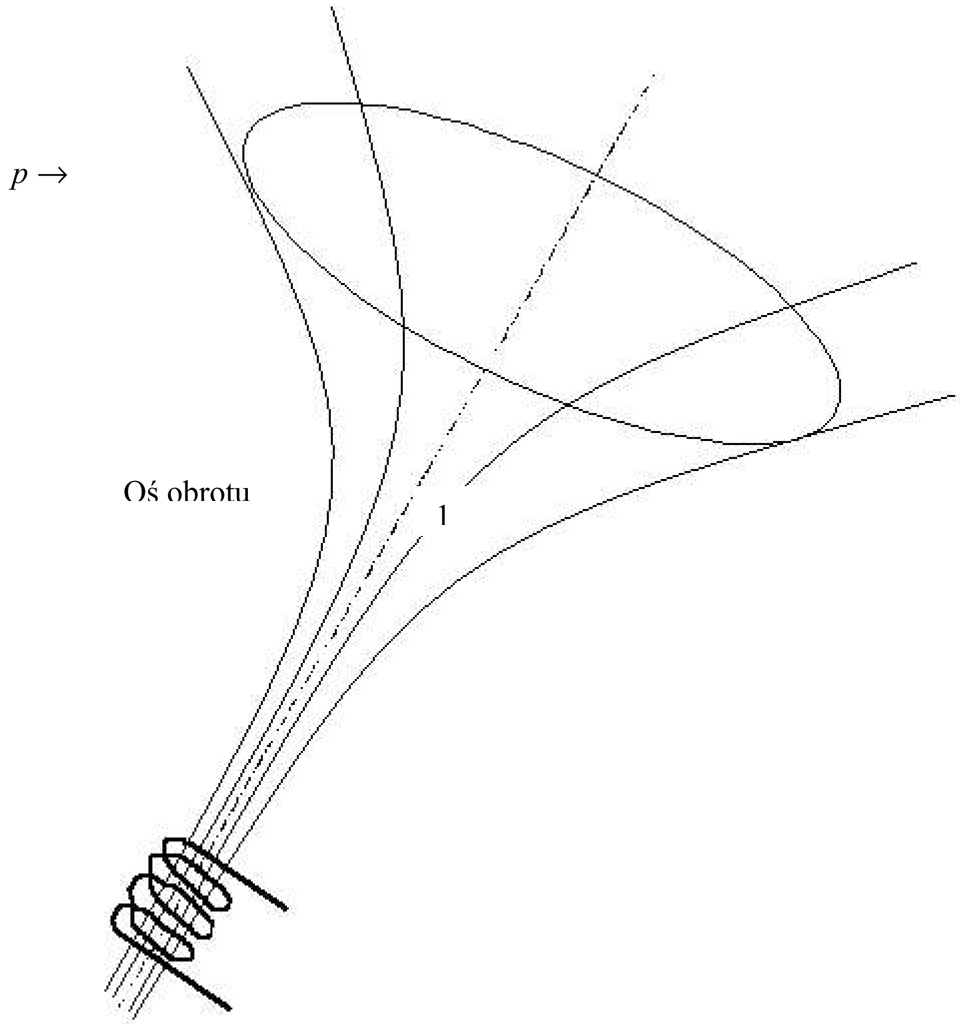
XLIII OLIMPIADA FIZYCZNA ETAP II
Zadanie teoretyczne

ZADANIE T2

Nazwa zadania: „Wyznaczanie prędkość kątowej ebonitowego pierścienia"

Cienki, jednorodny, ebonitowy pierścień może swobodnie obracać się wokół nieruchomej symetrii prostopadłej do płaszczyzny pierścienia, ryc. 3. Pierścień naładowano równomiernie ładunkiem Q i umieszczono w zmiennym czasie w polu magnetycznym o symetrii osiowej. Oś symetrii pola pokrywa się z osią obrotu pierścienia. W chwili początkowej t_o prędkość kątowa pierścienia jest równa zeru, $\omega(t_o) = 0$, zaś objęty przez obwód pierścienia strumień $\Phi(t_o) = \Phi_o$. Oblicz wartość bezwzględną prędkości kątowej pierścienia w chwili t_1, gdy $\Phi(t_o) = 25\Phi_o$.



Ryc.3

Dane: strumień pola Φ_o = 5,0·10^{-2} Wb; moment bezwładności pierścienia względem osi obrotu I = 0,02 kgm^2; ładunek elektryczny pierścienia Q = 0,03 C.

ROZWIĄZANIE ZADANIA T2

Indukowane pole elektryczne działa na ładunki elektryczne rozmieszczone wzdłuż pierścienia. Całkowity moment sił względem punktu O działających na pierścień o promieniu r jest sumą momentów

$$M. = r\Sigma\Delta F_i = r\Sigma E_i\Delta Q_i = (Q/2\pi)\Sigma E_i\Delta s_i, \qquad (1)$$

gdzie E_i jest składową styczną indukowanego pola E w punkcie i pierścienia, zaś $\Delta Q_i = (Q/2\pi r)\Delta s_i$, jest ładunkiem elektrycznym fragmentu pierścienia o długości Δs_i, ryc. 4 (sumowanie po i wykonujemy przy Δs_i dążących do zera). Korzystając z prawa indukcji Faradaya otrzymujemy z (1)

$$M. = (Q/2\pi)\,[-d\Phi(t)/dt]. \qquad (2)$$

Ale z prawa dynamiki bryły sztywnej mamy

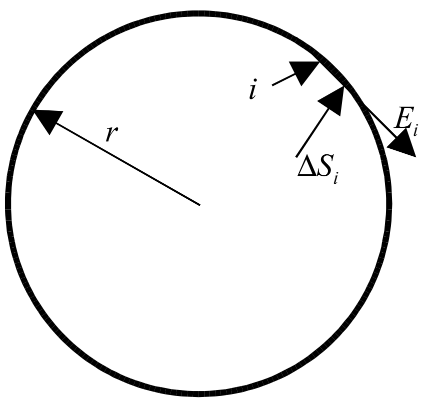
$$M. = I\cdot d\omega(t)/dt \qquad (3)$$

więc

$$d\omega(t)/dt = -(Q/2\pi I)d\Phi(t)/dt \qquad (4)$$

stąd wynika równość

$$\omega(t) = -(Q/2\pi I)\cdot\Phi(t)+C. \qquad (5)$$



Ryc.4

Z warunku początkowego $\omega(t_o) = 0$, $\Phi(t_o) = \Phi_o$ wyznaczamy stałą $C = (Q/2\pi I)\Phi_o$ i w rezultacie otrzymujemy wartość prędkości kątowej w chwili t_1 równą

$$|\omega(t_1)| = (Q/2\pi I)\,[\Phi(t_1) - \Phi(t_o)] = (12/\pi)\cdot Q\Phi_o/I \cong 0{,}29 \text{ rad/s.} \qquad (6)$$

Zauważmy, że nigdzie nie korzystaliśmy z symetrii pola magnetycznego, co oznacza, że zadanie z ogólnym przypadkiem pola ma identyczne rozwiązanie.
Punktacja

1) Równanie (2) 6 pkt
2) Równanie (4) 1 pkt
3) Równanie (5) 1 pkt
4) Równanie (6) + (wynik liczbowy) 1 + 1 pkt

Źródło:
Zadanie pochodzi z „Druk OF”

Komitet Okręgowy Olimpiady Fizycznej w Szczecinie
www.of.szc.pl