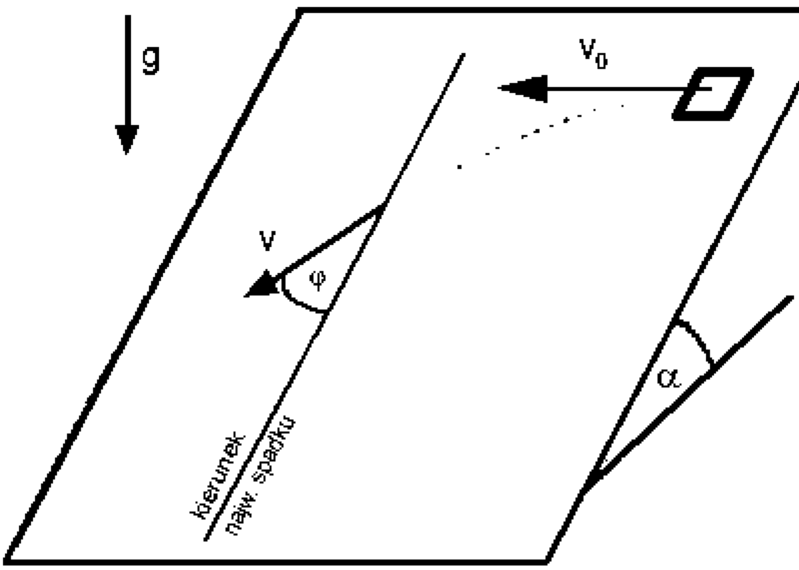
XLIII OLIMPIADA FIZYCZNA ETAP III
Zadania teoretyczne

ZADANIE T3

Nazwa zadania: „Zjazd na „sankach"

Mały płaski klocek zsuwa się po nieograniczonej równi nachylonej pod kątem α do poziomu. Kat nachylenia równi α jest tak dobrany, że współczynnik tarcia kinetycznego między klockiem a równią f pełnia związek f = tg α. Na początku prędkość klocka jest skierowana poziomo (prostopadle do kierunku największego spadku) i ma wartość r_0. ryc. 4.



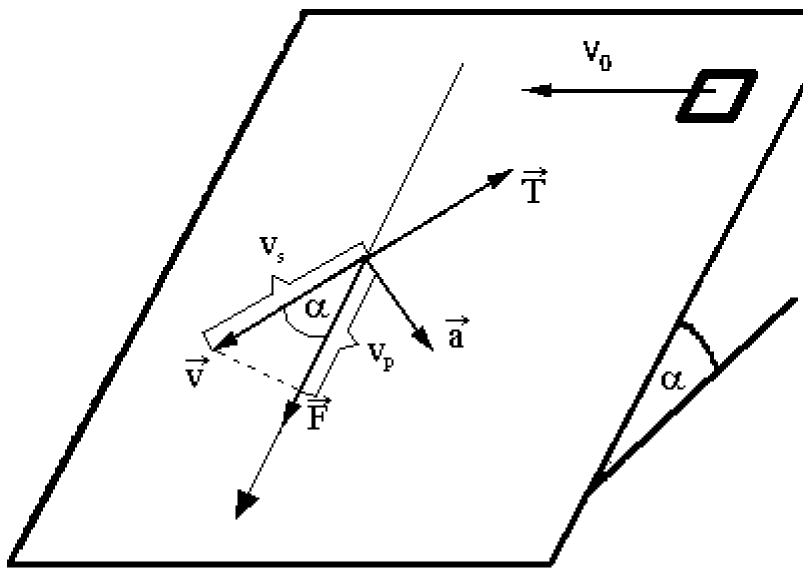
Ryc. 4

1. Jaką prędkość będzie miał klocek po bardzo długim czasie?
2. ile wynosiłaby prędkość klocka po bardzo długim czasie dla f >tgα, a ile dla f < tgα? Wskazówka: Znajdź prędkość klocka w zależności od kąta φ, jaki tworzy wektor prędkości z kierunkiem największego spadku. (patrz ryc. 4).

ROZWIĄZANIE ZADANIA T3

Wartość rzutu siły ciężkości klocka na płaszczyznę równi wynosi $F = mg\sin\alpha$ a kierunek siły **F** pokrywa się z kierunkiem największego spadku. Siła tarcia kinetycznego **T,** działająca w płaszczyźnie równi, jest zawsze skierowana przeciwnie do prędkości klocka **v**. Wartość siły tarcia wynosi $T = fmg\cos\alpha = mg\sin\alpha$. Zachodzi zatem równość T = F. Będziemy rozważać prędkość klocka (styczną do toru) $v_s = v$ oraz rzut v_p prędkości **v** na kierunek największego spadku, $v_p = v\cos\varphi(t)$ (ryc. 5). Przyspieszenie styczne a_S (rzut $a = \frac{dv}{dt}$ na kierunek **v**) mierzone w kierunku ruchu jest równe

$$a_s(t) = F\cos\varphi(t) - T \tag{1}$$



Ryc. 5

Zaś rzut przyspieszenia **a** na kierunek największego spadku wynosi

$$a_p(t) = F - T\cos\varphi(t) \tag{2}$$

Gdzie $\varphi = \varphi(t)$ jest malejącą funkcją czasu. Wobec F = T mamy

$$a_p(t) = -a_s(t) \tag{3}$$

a więc w każdej chwili jest spełniona zależność

$$v_p = -r_s + C = -v_s + v_0 \tag{4}$$

gdzie $\frac{dv_p}{dt} = a_{p(t)}$ oraz $\frac{dv_s}{dt} = a_s(t)$, zaś C = V_0 jest stałą, którą wyznaczyliśmy w warunku $v_s = v_0$ i $v_p = 0$ dla t = 0. ponieważ w każdej chwili między v_s a v_p zachodzi związek $v_p = v_s\cos\varphi$, to

$$v = v_s = \frac{v_0}{1+\cos\varphi} \tag{5}$$

Kąt φ dąży do zera dla $t \to \infty$, więc prędkość klocka v dąży do $\frac{v_0}{2}$.

W przypadku $f > tg\alpha$ przyspieszenia a_s jest zawsze ujemne, $a_s(t) \le a_s(0) < 0$, czyli prędkość klocka zmniejsza się aż do osiągnięcia wartości końcowej równej zeru.

W przypadku $f < tg\alpha$ przyspieszenie $a_p(t)$ jest zawsze dodatnie, $a_p(t) \geq a_p(0) > 0$, co oznacza nieustanny i nieograniczony wzrost prędkości klocka.

Źródło:
Zadanie pochodzi z czasopisma „Fizyka w Szkole"

Komitet Okręgowy Olimpiady Fizycznej w Szczecinie
www.of.szc.pl