XLIII OLIMPIADA FIZYCZNA ETAP II
Zadanie doświadczalne

ZADANIE D1

Nazwa zadania: „Współczynnik załamania cieczy wyznaczany „domową” metodą”

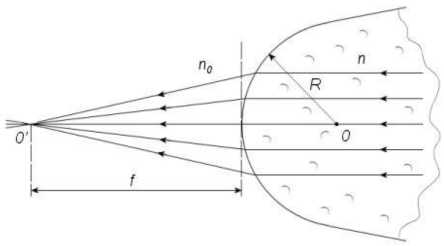
Masz do dyspozycji:
- cienkościenne, przezroczyste naczynie szklane w kształcie walca,
- kawałek papieru milimetrowego,
- taśmę klejącą,
- linijkę,
- nieznana ciecz,

Wyznacz współczynnik załamania cieczy.

Wskazówka

W przybliżeniu optyki geometrycznej równoległe promienie biegnące blisko prostej 0’0 w ośrodku o współczynniku *n* (patrz ryc.7), po przejściu do ośrodka o współczynniku załamania $n_0<n$ przez granicę miedzy ośrodkami będącą wycinkiem sfery o promieniu R, przecinają się w punkcie odległym od powierzchni sfery o promieniu R, przecinają się w punkcie odległym od powierzchni sfery o

$$f = \frac{R}{\frac{n}{n_0} - 1} .$$



Ryc.7

W zestawach przygotowanych przez organizatorów zawodów role szklanego naczynia w kształcie walca pełniła szklanka o cienkich ściankach lub zlewka o średnicy od 6 do 10 cm. Kawałek papieru milimetrowego miał wymiary zbliżone do 1,5 1,5 cm. Nieznaną cieczą był roztwór wodny rivanolu o jasnym cytrynowym zabarwieniu.

ROZWIĄZANIE ZADANIA D1

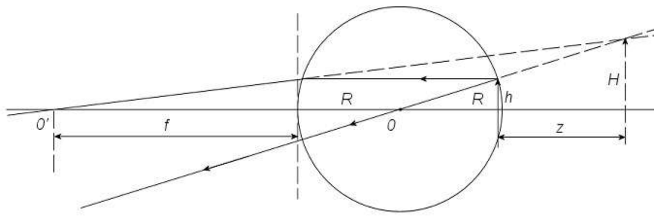
Do powierzchni bocznej walcowego naczynia przyklejamy papier milimetrowy w taki sposób, aby jego część znajdowała się poniżej poziomu cieczy. Zakładamy, że obserwator ogląda papier przez wodę i przez powietrze. Pomijamy efekty związane z załamaniem światła w szkle. Wykorzystując wskazówkę zawartą w zadaniu wyznaczamy powiększenie kątowe obrazu pozornego podziałki papieru milimetrowego przyklejonego do bocznej powierzchni walcowego naczynia.

Przyjmuje się, że liniowy przedmiot jest umieszczony w cieczy (w rzeczywistości papier jest oddalony od powierzchni cieczy o grubości ścianki naczynia i przybiera kształt łuku). Na podstawie związku powiększenia kątowego z wymiarami przedmiotu (papier milimetrowy wystający nad powierzchnią cieczy) wyznaczamy współczynnik załamania światła w cieczy.

Znalezienie obrazu pozornego przedmiotu znajdującego się na bocznej powierzchni naczynia szklanego w kształcie walca.

Korzystając ze znajomości biegu promieni przechodzących przez ognisko zewnętrzne (punkt oddalony o *f* od powierzchni naczynia) i przez punkt 0 (ryc.8) na osi walca dostajemy związki:

$$\frac{z+R}{H}=\frac{R}{h},$$
$$\frac{f+2R+z}{H}=\frac{f}{h}.$$



Ryc.8

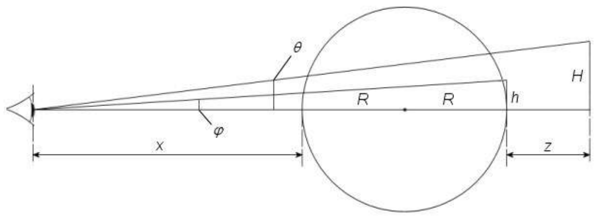
Po krótkich przekształceniach i oznaczeniu przez *p* = *H/h* (powiększenie liniowe) mamy

$$f=R\frac{p+1}{p-1}.$$

Wykorzystując wzór na f podany we wskazówce dostajemy :

$$\frac{n}{n_0}=\frac{2p}{p+1}.$$

Ponieważ w doświadczeniu mierzymy powiększenie kątowe p_α należy znaleźć jego związek z powiększeniem liniowym *p*. W tym celu założymy, że oko znajduje się w odległości x od powierzchni bocznej naczynia(ryc.9)
Powiększenie kątowe obrazu pozornego wynosi (ryc.9)



Ryc.9

$$p_\alpha=\frac{\theta}{\varphi}.$$

Ponieważ kąty θ, φ są małe to można je zastąpić ich tangensami:

$$p_\alpha = \frac{H}{x+2R+z}\,\frac{x+2R}{h} = \frac{H}{h}\,\frac{x+2R}{x+2R+z} = p\,\frac{x+2R}{x+2R+z}.$$

Biorąc pod uwagę, że z = R(p-1) otrzymujemy :

$$p_\alpha = p\,\frac{x+2R}{x+2R+R(p-1)},$$

Co po przekształceniu prowadzi do

$$p = p_\alpha\,\frac{R-(x+2R)}{Rp_\alpha-(x+2R)}.$$

Podstawiając wyrażenie na p_α do wzoru *na* n/n_0 otrzymujemy ostatecznie:

$$\frac{n}{n_0} = \frac{2p_\alpha}{p_\alpha+1}\,\frac{1-\dfrac{R}{x+2R}}{1-\dfrac{R}{x+2R}\,\dfrac{2p_\alpha}{p_\alpha+1}}.$$

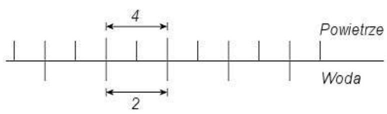
Zakładając, że x>>R można z dobrym przybliżeniem napisać:

$$\frac{n}{n_0} = \frac{2p_\alpha}{p_\alpha+1}.$$

Wyrażenie to ma taka sama postać jak wzór (1) co oznacza, że w granicznym przypadku powiększenie kątowe p_α i liniowe p posiadają te samą wartość.

Eksperyment

Z boku szklanego naczynia przyklejamy kawałek papieru milimetrowego tak, aby kreski podziałki były prostopadłe do powierzchni cieczy. Porównujemy (ryc.10) rozmiary obrazu papieru milimetrowego z jego częścią wystającą ponad powierzchnię cieczy i na ich podstawie obliczamy p_α.

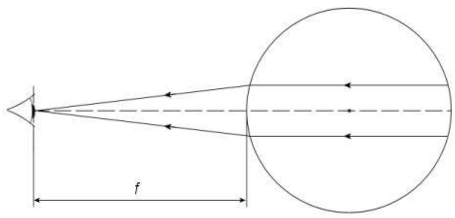


$$P_\alpha = \frac{4}{2} = 2$$

Ryc.10

Zmieniając odległość x (ryc.9) z jakiej obserwujemy naczynie można zauważyć zmiany wielkości powiększenia kątowego p_α . Z rozważań teoretycznych wynika, że najprostsze wyrażenie na stosunek n/n_0 otrzymujemy dla dużych odległości x (wzór (3). W miarę zwiększania odległości x popełniamy jednak większy błąd w ocenie powiększenia kątowego p_α. Należy więc wybrać optymalne (dla eksperymentatora) warunki pomiaru. Gdy wybrana odległość x jest duża (np. 50 cm),wtedy można korzystać ze wzoru (3),gdyż poprawka rzędu 1% wynikająca z różnicy między p_α i *p* jest mała w porównaniu z błędem pomiaru powiększenia. Gdy obserwujemy naczynie z mniejszej odległości (np. *x* = 25cm) różnica między wynikiem uzyskanym ze wzoru (3) lub (2) wynosi około 5% i jest porównywalna z błędem wnoszonym do statecznego wyniku przez niedokładność wyznaczenia powiększenia p_α . Przy mniejszych wartościach *x* poprawka jest większa. Tak więc w zależności od wybranej metody postępowania należy zmierzyć średnicę naczynia i odległość *x* (wykorzystując linijkę) albo tego nie robić. We wzorcowym doświadczeniu użyto czystej wody, szklanki o promieniu R = 3cm i dokonano obserwacji z odległości *x* = 25 cm. Uzyskano wtedy wartość p_α = $1{,}80 \pm 0{,}25$, co odpowiada współczynnikowi załamania dla wody n/n_0 = $1{,}33 \pm 0{,}06$ (wzór (2)). Dla porównania, korzystając ze wzoru uproszczonego (3), dla tych samych warunków eksperymentalnych otrzymujemy n/n_0 = $1{,}29 \pm 0{,}06$. Przy obserwacji z dużej odległości (x = 50 cm), ze wzoru (3), dostajemy p_α = $1{,}96 \pm 0{,}25$, co daje n/n_0 = $1{,}32 \pm 0{,}06$. Otrzymane wartości współczynnika załamania cieczy względem powietrza SA równe szukanemu współczynnikowi załamania, gdyż błąd wprowadzony przez podstawienie n = 1 (zamiast dokładnej wartości n_0 = 1,0003) jest zaniedbywany w porównaniu z innymi błędami pomiarowymi.

Tylko niewielka część zawodników wybrała metodę rozwiązania zbliżoną do wzorcowej. Nagminnie stosowano wzory obowiązujące dla soczewek cienkich. Większość zawodników nie dostrzegała różnicy pomiędzy powiększeniem kątowym a liniowym. Znalazła się też spora grupa rozwiązań, w których pomylono własności obrazów pozornych i rzeczywistych. Bardzo często nie zwracano uwagi na to, który element doświadczenia ma największy wpływ na wynik końcowy. Wielokrotnie mierzono np. średnicę szklanego naczynia, natomiast pomiar powiększenia wnoszący największy błąd do wyniku końcowego wykonywano tylko raz. Warto wspomnieć, że spora część zawodników rozwiązała zadanie innymi sposobami. Wielu zawodników wykonało np. bezpośredni pomiar odległości *f* opisanej we wskazówce. W tym celu uczniowie naklejali z boku naczynia (poniżej poziomu cieczy) dwa paski papieru lub taśmy klejącej o jednakowej szerokości, symetrycznie względem jego średnicy (ryc.11).



Ryc.11

Zamieniając odległość oka od powierzchni szklanki znajdowali położenie, w którym rozmiary kątowe pasków pokrywały się. Mierząc odległość między powierzchnią szklanki i okiem uczniowie wyznaczyli wartość f, a następnie korzystając ze wskazówki obliczali szukana wartość współczynnika załamania n. Metoda ta obarczona jest błędem systematycznym spowodowanym zaniedbaniem rozmiarów oka w porównaniu w porównaniu z f oraz trudnościami w dokładnym zmierzeniu odległości od oka do szklanki przy użyciu linijki.

Duża liczba sposobów rozwiązania problemu, które prowadzą do uzyskania dobrego wyniku końcowego sprawiła, że zadanie można ocenić jako udane.

Punktacja

Pomysł i poprawne rozwiązanie teoretyczne – 10 pkt

Część eksperymentalna:

a) wykonanie (możliwych do powtórzenia) pomiarów – 5 pkt

a) zgodność metody pomiaru z rozwiązaniem teoretycznym – 3 pkt
b) poprawny wynik końcowy wraz z analizą błędu pomiaru – 2 pkt

Źródło:
Zadanie pochodzi z czasopisma „Fizyka w Szkole” 97/98r.

Komitet Okręgowy Olimpiady Fizycznej w Szczecinie
www.of.szc.pl