

# XLII OLIMPIADA FIZYCZNA ETAP I

## Zadanie teoretyczne

### ZADANIE T4

Nazwa zadania: „Armata na planecie”

Pozbawiona atmosfery, jednorodna planeta w kształcie kuli o promieniu  $R$  — 3000 (km) wykonuje pełny obrót wokół stałej osi przechodzącej przez jej środek w ciągu 100 (min). Przyspieszenie grawitacyjne przy powierzchni planety wynosi  $g = 4$  (m/s<sup>2</sup>). Na planecie znajduje się dział, z którego można strzelać w płaszczyźnie (lokalnie) poziomej, nieco ponad powierzchnią planety. Podaj zakres szerokości geograficznych punktów planety, z których można wprowadzić pocisk na orbitę kołową przy pomocy tego działu, jeżeli prędkość nadawana pociskowi przez dział względem podłoża wynosi  $v = 1,2$  (km/s). W jakim kierunku z miejsca leżącego na równiku należy wystrzelić pocisk, by poruszał się on po orbicie kołowej?

### ROZWIĄZANIE ZADANIA T4

Obliczamy najpierw wartość prędkości  $v_0$ , jaką musi mieć pocisk o masie  $m$  poruszający się po orbicie względem układu inercjalnego, związanego ze środkiem planety. Ponieważ siła dośrodkowa jest siłą ciężenia, mamy

$$\frac{mv_0^2}{R} = mg \quad (1)$$

skąd otrzymujemy

$$v_0 = Rg^{\frac{1}{2}} \quad (2)$$

Podstawiając dane otrzymujemy  $v = 2\sqrt{3}$  (km/s). Ponieważ  $v < v_0$ , to w celu umieszczenia pocisku na orbicie należy wykorzystać prędkość obrotową planety. Jeżeli dział znajduje się na szerokości geograficznej  $\varphi$  planety, to wartość chwilowej prędkości liniowej działu względem wprowadzonego układu odniesienia wynosi

$$v_0 = \omega R \cos \varphi, \quad (3)$$

gdzie  $\omega = 2\pi/6000$  s =  $(7\pi/3) \cdot 10^{-3}$  (s<sup>-1</sup>). Jeżeli zatem kierunek ustawienia lufy (tj. kierunek nadania początkowej prędkości  $v$  pociskowi względem planety) pokrywa się z kierunkiem prędkości  $v_0$  to wystrzelony pocisk uzyskuje największą prędkość z możliwych do uzyskania na danej szerokości geograficznej, a warunek

$$|v_\varphi| + |v| = v_0 \quad (4)$$

wyznacza maksymalną szerokość geograficzną punktu, z którego wystrzelony pocisk można umieścić na orbicie kołowej. Z równań (3) i (4) otrzymujemy

$$\cos \varphi = v_0 - \frac{v}{\omega R} = \frac{2\sqrt{3}-1,2}{\pi} \approx 0,72, \quad (5)$$

skąd wyznaczamy

$$\varphi_{\max} \approx 43,9^\circ. \quad (6)$$

Aby pocisk wystrzelony z punktu leżącego na równiku został umieszczony na orbicie kołowej, lufa armaty musi być skierowana pod takim kątem do kierunku chwilowej prędkości działa  $v_{\varphi=\max}$  stycznej do równika, by zachodziła równość

$$|v_\varphi = v_0 + v| = v_0 \quad (7)$$

Kąt  $\alpha$  jaki tworzą wektory  $v_{\varphi=0} (v_{\varphi=0} = \omega R)$  i  $v$  wyznaczamy korzystając z twierdzenia kosinusów

$$\cos \alpha = \frac{v_0^2 - v^2 - (\omega R)^2}{2v\omega R} = \frac{12 - 1,44 - \pi^2}{2 \cdot 1,2 \cdot \pi} \approx 0,09156, \quad (8)$$

co odpowiada wartości kąta równej

$$\alpha \approx 84,7^\circ \quad (9)$$

Punktacja:

Wzór (2)	do 1 pktu.
Wzór (3)	do 1 pktu.
Wzór (4)	do 3 pktów.
Wzory (5—6) łącznie	do 1 pktu.
Wzór(7)	do 3 pktów.
Wzory (8—9) łącznie	do 1 pktu.

Źródło:  
Zadanie pochodzi z „Druk OF”

Komitet Okręgowy Olimpiady Fizycznej w Szczecinie  
[www.of.szc.pl](http://www.of.szc.pl)