

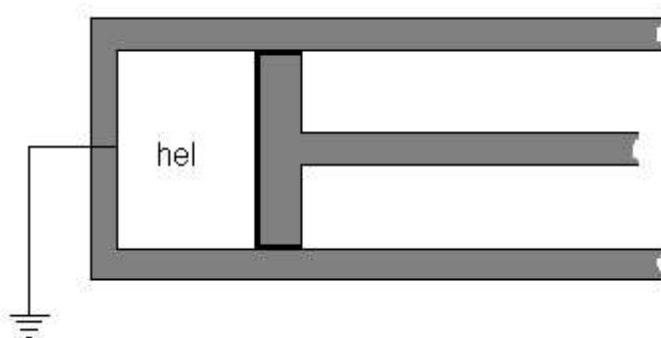
XLII OLIMPIADA FIZYCZNA ETAP II

Zadanie teoretyczne

ZADANIE T2

Nazwa zadania: „Wyznaczanie ładunku elektrycznego z metalicznej powierzchni tłoka”
 W nieprzewodzącym ciepła ani prądu cylindrze, umieszczonym w próżni, porusza się bez tarcia tłok o masie $m = 5$ g. Wewnątrz cylindra znajduje się gazowy hel o przenikalności elektrycznej $\epsilon \approx \epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{C}^2/(\text{Nm}^2)$.

Na zaznaczonych na ryc. 4 (grubą kreską) powierzchniach tłoka i dna cylindra znajdują się cienkie warstwy metalu. Dno cylindra jest uziemione. Tłok wykonuje małe drgania o okresie $T = 0,3$ s w małej (w porównaniu ze średnicą tłoka) odległości od dna cylindra, zaś objętość gazu oscyluje wokół wartości $V_0 = 0,11$.



Ryc. 4

Jaki ładunek elektryczny znajduje się na metalicznej powierzchni tłoka?

Uwaga! Dla $\Delta x \ll 1$, $(1 + \Delta x)^\alpha \approx 1 + \alpha \Delta x$.

ROZWIĄZANIE ZADANIA T2

Ponieważ ruch tłoka jest powolny, możemy przyjąć, że zachodzi odwracalna przemiana adiabatyczna gazu, podczas której jest spełnione równanie

$$V_0^\kappa p_0 = V^\kappa p. \quad (1)$$

Gdzie $\kappa = C_p/C_v$ dla helu jest równe $\kappa = 5/3$. Jeżeli przez S oznaczymy powierzchnię przekroju tłoka, to siła nań działająca wynosi

$$F = pS - \frac{Q\sigma}{2\epsilon} = pS - \frac{Q^2}{2S\epsilon} + (p - p_0)S, \quad (2)$$

gdzie p jest ciśnieniem helu, zaś

$$p_0 = \frac{Q^2}{2S^2\epsilon} \quad (3)$$

Odpowiada równowadze sił parcia gazu na tłok i siły elektrostatycznej. Ładunek Q rozmieszczony na tłoku indukuje ładunek – ładunek na dnie cylindra. Ponieważ odległość między tłokiem dnem cylindra jest mała w porównaniu z rozmiarami tłoka, możemy traktować układ jako kondensator płaski, którego jedna okładka znajduje się w polu drugiej okładki $E = \sigma/2\epsilon$, gdzie $\sigma = Q/S$ jest gęstością powierzchniową ładunku. Oznaczamy przez x i x_0 ($Sx_0 = V_0$) chwilową i średnią odległość tłoka od dna cylindra. Korzystając z równania (1) obliczamy

$$p - p_0 = \left(\frac{V_0}{V}\right)^\kappa p_0 - p_0 = p_0 \left[\left(\frac{x}{x_0}\right)^{-\kappa} - 1 \right] = p_0 \left[\left(1 + \frac{\Delta x}{x_0}\right)^{-\kappa} - 1 \right] \approx \frac{\kappa p_0}{x_0} \Delta x, \quad (4)$$

gdzie $\Delta x = x - x_0$. Korzystając z (2) i (4) możemy napisać równanie ruchu dla tłoka o masie m , $m d^2x/dt^2 = m d^2(\Delta x)/dt^2 = F$ w postaci

$$m \frac{d^2 \Delta x}{dt^2} = - \frac{S \kappa p_0}{x_0} \Delta x. \quad (5)$$

Równanie (5) opisuje ruch harmoniczny tłoka, którego położenie oscyluje wokół x_0 z okresem

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m x_0}{S \kappa p_0}}. \quad (6)$$

Podstawiając p_0 (3) do równania (6) otrzymujemy ostatecznie

$$Q = \frac{2\pi}{T} \sqrt{\frac{6}{5} m V_0 \epsilon} \approx 4,8 \cdot 10^{-8} \text{ C}. \quad (7)$$

Źródło:
Zadanie pochodzi z „Druk OF”

Komitet Okręgowy Olimpiady Fizycznej w Szczecinie
www.of.szcz.pl