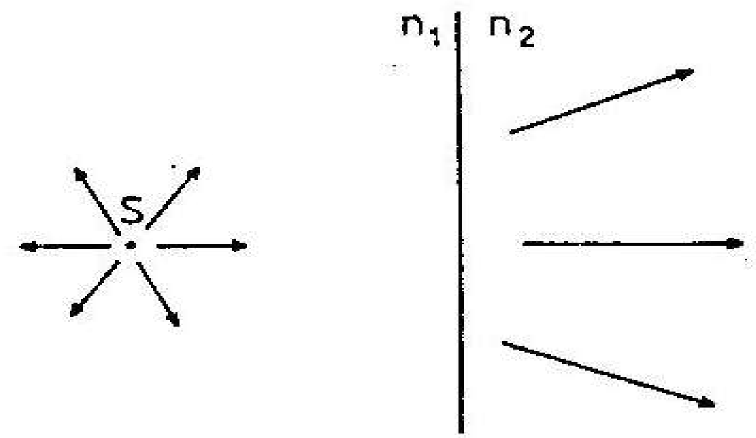
XLI OLIMPIADA FIZYCZNA ETAP WSTĘPNY
Zadanie teoretyczne

ZADANIE T3

Nazwa zadania: „Załamanie homocentrycznej wiązki światła"

A. Wiązkę światła nazywamy homocentryczną, gdy wszystkie promienie (lub ich przedłużenia), które ją tworzą, przecinają się w jednym punkcie. Załóżmy, że na płaską powierzchnię rozgraniczającą dwa ośrodki o współczynnikach załamania n1 i n2 pada światło wysyłane ze źródła punktowego S (rys.7). Czy po załamaniu promienie biegnące w ośrodku 2 tworzą wiązkę homocentryczną? Uzasadnij odpowiedź.

rys.7



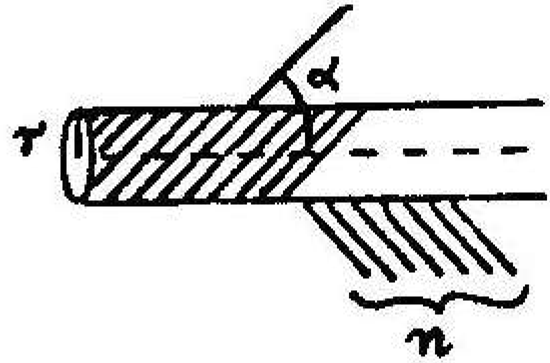
Nazwa zadania: „Czy człowiek ucieknie niedźwiedziowi?"

B. Pewien człowiek, pływając w jeziorze o kształcie koła, spostrzegł niedźwiedzia stojącego przy brzegu. Zakładając , że człowiek biega szybciej od niedźwiedzia, który może biec z prędkością co najwyżej V = 4 m/s i że niedźwiedź pływa wolniej od człowieka, który może płynąć z prędkością co najwyżej v = 1 m/s, odpowiedz (i uzasadnij swoją odpowiedź), czy człowiek z dowolnego miejsca jeziora ma możliwość ucieczki przed sprytnym niedźwiedziem.

„Tekturowa rurka ze zwojami przewodu"

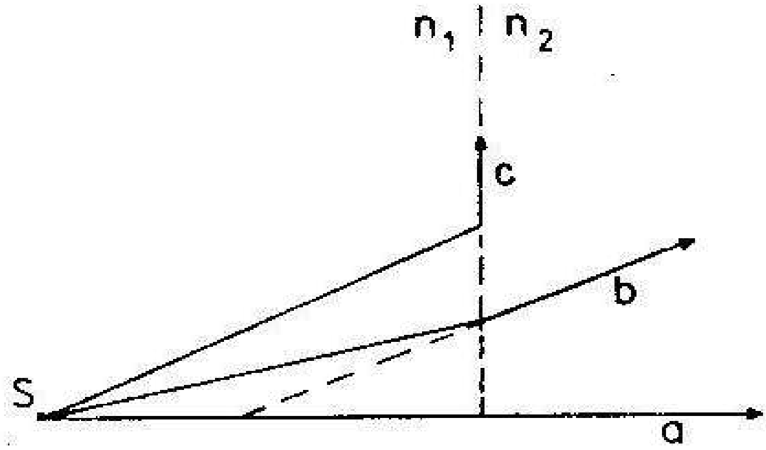
C. Na długą, prostokątną tekturowa rurkę o promieniu r nawinięto gęsto, jeden obok drugiego m cienkich przewodów pod kątem do osi rurki (rys.8). Jaki jest kierunek i wartość indukcji magnetycznej $\vec{B}$ wewnątrz rurki, a jaki na zewnątrz niej, jeżeli w każdym z przewodów płynie prąd o tym samym natężeniu I ?

rys.8



ROZWIĄZANIA ZADANIA T3

A. Wiązka promieni w ośrodku 2 nie jest homocentryczna. Aby tego dowieść, wystarczy zauważyć, że np. dla $n_1 > n_2$ przedłużenia promieni a, b, c (rys.6)



(rys 6)

nie przecinają się w jednym punkcie; przedłużenie promienia c odpowiadającego kątowi granicznemu $\alpha_c (\sin\alpha_c = n_2/n_1)$ przecina się z promieniem a na płaszczyźnie rozdzielającej dwa środki, natomiast promień a przecina się z przedłużeniem promienia b w pewnej, nie równej zeru, odległości tej płaszczyzny.

B. Tak. Płynąc po współśrodkowym okręgu o promieniu r dostatecznie małym, by zachodziła nierówność $\omega = v/r > V/R = \Omega$, gdzie R jest promieniem jeziora, człowiek może oddalić się od niedźwiedzia biegnącego wzdłuż brzegu na odległość R + r (nie rozważamy niedźwiedzia w wodzie, gdyż pływa on wolniej od człowieka), tak by dystans dzielący go od brzegu wynosił R – r. Ażeby istniała możliwość ucieczki wystarczy, by czas obiegu półokręgu przez niedźwiedzia $T = \pi R/V$ był większy od czasu potrzebnego na przepłynięcie dystansu R – r przez człowieka t = (R – r) / v. Należy zatem, dowieść że istnieje spełniające jednocześnie powyższe dwie równości. Z warunku T > t mamy $r/R > 1 - \pi v/V = 1 - \pi/4$ zaś z warunku mamy $v/V = 1/4 > r/R$. Ponieważ nierówność $1/4 > r/R > 1 - \pi/4$ ma rozwiązanie, nie istnieje możliwość ucieczki.

C. Korzystając z liniowości równań wiążących pole $\vec{B}$ z prądami elektrycznymi możemy rozłożyć prądy płynące w przewodach na składowe równoległe $I_{ów} = I\cos\alpha$ i prostopadłe do osi rurki $I_{\perp} = I\sin\alpha$, a następnie zsumować pola magnetyczne indukowane przez te składowe. Składowa $I_{rów}$ indukuje pole, którego linie sił są okręgami. Sumowanie natężeń pól pochodzących od składowych $I_{rów}$ wszystkich przewodów, ze względu na symetrię układu, daje w wyniku pole $\vec{B}$ na zewnątrz rurki, którego linie sil są o środkach leżących na osi symetrii rurki. Obliczając krążenie wektora $\vec{B}$ po okręgu o promieniu R > r otrzymujemy na zewnątrz rurki warunek

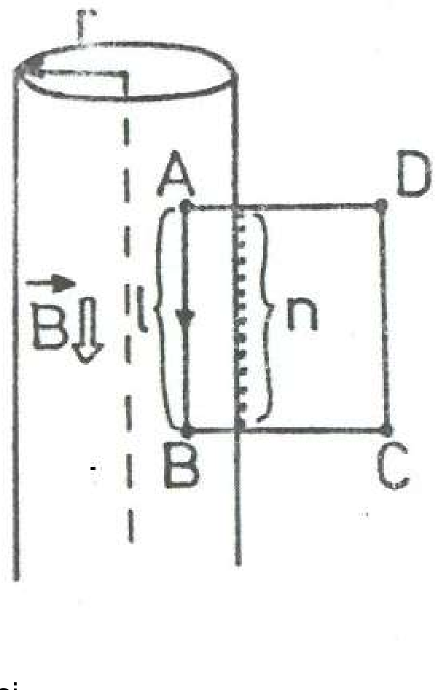
$$2\pi R B_Z = \mu_0 n I_{rów} \tag{1}$$

skąd wynika

$$B_Z = \mu_0 \frac{nI\cos\beta}{2\pi R} \tag{2}$$

Wewnątrz rurki krążenie $\vec{B}$ po okręgu o promieniu R < r jest równe zero, zatem $\vec{B}$ wewnątrz rurki indukowane przez składowe $I_{rów}$ jest równe zero. Składowe prostopadłe $I_{\perp}$ indukują pole magnetyczne takie, jak w przypadku solenoidu, tzn. $\vec{B} = 0$ na zewnątrz rurki oraz pole $\vec{B}$ równoległe skierowane do osi symetrii wewnątrz rurki. Pole $\vec{B}$ wewnątrz rurki jest jednorodne, co można wykazać obliczając krążenie wektora po konturze ABCD (rys.7)

rys.7



Niech długość odcina AB wynosi

$$l = 2\pi r \cot\alpha\,, \tag{3}$$

wtedy na długość l przypada n przewodów. Krążenie $\vec{B}$ po konturze ABCD wynosi

$$B_W l = \mu_0 n I \tag{4}$$

skąd wynika

$$B_w = \mu_0 \frac{nl\tan\alpha}{2\pi r} \tag{5}$$

Ponieważ prawa strona wzoru (5) nie zależy od odległości odcinka AB konturu do osi symetrii rurki, pole $\vec{B}$ wewnątrz rurki jest jednorodne.

Punktacja:(41OF_W_T3)

Zad. 3A(0 – 4 pkt)
- ✓ Wykonanie rysunku:0 – 1 pkt;
- ✓ Wskazanie prawidłowej odpowiedzi:0 – 1 pkt;
- ✓ Wykazanie, że przedłużenia promieni nie przecinają się w jednym punktcie:0 – 2pkt

Zad. 3B(0 – 4 pkt)
- ✓ Wskazanie poprawnej odpowiedzi:0 –1 pkt;
- ✓ Wyznaczenie nierówności $\omega > \Omega$:0 – 1 pkt;
- ✓ Wyznaczenie nierówności $1/4 > r/R > 1-\pi/4$:0 – 3 pkt;

Zad. 3C(0 – 6 pkt)
- ✓ Rozłożenie prądu na składowe i obliczenie B_Z :0 – 2 pkt;
- ✓ Wyznaczenie równania (5):0 – 3pkt;
- ✓ Odpowiedź :0 – 1 pkt;

Źródło:
Zadanie pochodzi z „Druk OF”

Komitet Okręgowy Olimpiady Fizycznej w Szczecinie
www.of.szc.pl