

XLI OLIMPIADA FIZYCZNA ETAP WSTĘPNY

Zadanie doświadczalne

ZADANIE D1

Nazwa zadania: „Opór termistora”

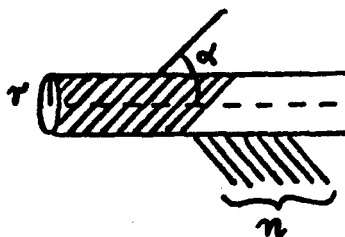
Masz do dyspozycji:

- źródło prądu przemiennego 50 Hz o SEM nie większej od 24 V,
- żarówkę dostosowaną do tego napięcia,
- zwojnicę z drutu miedzianego z rdzeniem,
- przewody połączeniowe,
- miernik uniwersalny do pomiarów napięć i prądów zmiennych oraz oporów.

Wykonaj odpowiednie pomiary i na ich podstawie oblicz:

1. Całkowite straty energii w zwojnicy w jednostce czasu
2. Straty energii w jednostce czasu wynikające z wydzielania się ciepła w drucie stanowiącym jej uzwojenie w sytuacji, gdy zwojnica i żarówka podłączone są szeregowo do źródła napięcia. Przyjmij, że w przybliżeniu prąd zmienny opisywany jest sinusoidalną zależnością od czasu.

rys.8



ROZWIĄZANIE ZADANIA D1

Przykładowe rozwiązanie przedstawione jest poniżej. W rozwiązaniu tym pomijamy straty na przemagnesowanie rdzenia, których uwzględnienie może prowadzić do efektów nieliniowych.

Wtedy na długość l przypada n przewodów. Krążenie \vec{B} po konturze ABCD wynosi

$$B_w t = \mu_0 n l \quad (4)$$

skąd wynika

$$B_w = \mu_0 \frac{n / \operatorname{tg} \alpha}{2 \pi r} \quad (5)$$

Ponieważ prawa strona wzoru (5) nie zależy od odległości odcinka AB konturu od osi symetrii rurki, pole \vec{B} ($|\vec{B}| = B_w$) wewnątrz rurki jest jednorodne.

Część teoretyczna

Celem tego zadania jest wyznaczenie zależności oporu materiału półprzewodnikowego termistora od temperatury i określenie energii aktywacji. Zgodnie z wzorem podanym w treści zadania spełniony jest związek

$$R(T) = R_0 \exp\left(\frac{\varepsilon}{2kT}\right)$$

Do wyznaczenia energii aktywacji ε równanie to należy zlogarytmować

$$\log R(T) = \log R_0 + \frac{\varepsilon \log e}{2k} \frac{1}{T}$$

Wykres zależności oporu od odwrotności temperatury powinien być linią prostą. Wygodnie jest przedstawić tę zależność w postaci

$$\log R(T) = \log R_0(T) + \frac{\varepsilon \log e}{2k} 10^{-3} \frac{1000}{T} \quad (1)$$

i sporządzić wykres funkcji $\log R(T) = f(1000/T)$. Współczynnik kierunkowy b prostej przechodzącej przez punkty doświadczalne na tym wykresie równa się

$$b = \frac{\varepsilon}{2k} 10^{-3} \log e$$

Stąd energia aktywacji

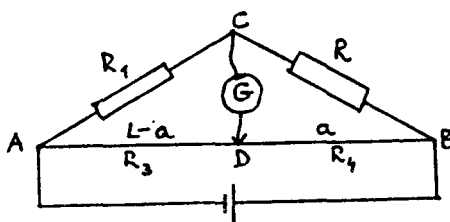
$$\varepsilon = \frac{2kb}{10^{-3} \log e} \quad (2)$$

1. Metoda pomiaru oporu termistora

Dostępne w zadaniu przyrządy sugerują zastosowanie do pomiarów oporu R termistora metody liniowego mostka Wheatstone'a. Rozważmy układ pokazany na rysunku 1. Opór R_1 jest oporem znanym, opory R_3 i R_4 stanowi drut oporowy AB o

stałej grubości i długości L , po którym może się ślizgać kontakt D połączony z galwanometrem. Pomiar

rys.1



opiera się na doprowadzeniu mostka do stanu równowagi. Mostek jest w równowadze, gdy między punktami C i D różnica potencjałów jest równa zero, czyli gdy przez galwanometr nie przepływa prąd. Wtedy napięcie między punktami A i C jest równe napięciu między punktami A i D : $U_{AC}=U_{AD}$ oraz $U_{CB}=U_{DB}$. Ponieważ przez galwanometr nie płynie prąd, więc natężenie prądu płynącego przez opory R_1 i R_2 jest takie samo i wynosi J_1 . Analogicznie natężenie prądu płynącego przez R_3 i R_4 wynosi J_2 . Korzystając z prawa Ohma otrzymujemy więc

$$J_1 R_1 = J_2 R_2 \quad \text{oraz} \quad J_1 R_3 = J_2 R_4$$

Dzieląc te równości stronami przez siebie otrzymujemy

$$\frac{R_1}{R_3} = \frac{R_2}{R_4}$$

Stąd

$$R_2 = \frac{R_1 R_4}{R_3}$$

Dla jednorodnego drutu oporowego stosunek oporów R_1/R_3 można zastąpić stosunkiem ich długości. Ostatecznie szukany opór termistora wyraża się jako

$$R_2 = R_1 \frac{a}{L-a} \quad (3)$$

gdzie a oznacza długość odcinka DB drutu.

Zastanówmy się kiedy dokładność przedstawionej metody będzie największa. Poza wymienionymi opornościami R_1 , R_2 , R_3 i R_4 w obwodzie występują jeszcze oporności przewodów doprowadzających i oporności styków. Wpływ tych nieznanymi oporności można zmniejszyć używając do połączeń krótkich przewodów o znacznym przekroju i małym oporze właściwym oraz dbając o to by miejsca kontaktujące ze sobą były dobrze oczyszczone i silnie do siebie przylegały. Można pokazać, że dokładność metody mostkowej jest największa, gdy równowaga mostka zachodzi przy położeniu suwaka w położeniu środkowym, tzn. gdy $a = L/2$.

Błąd bezwzględny wyznaczonego oporu wynosi

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta R_1}{R_1} + \frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta(L-a)}{L-a}$$

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta R_1}{R_1} + \frac{L\Delta a + a\Delta L}{a(L-a)} \quad (4)$$

Błąd $\Delta R_1 / R_1$ należy ocenić na podstawie tolerancji opornika wzorcowego. Błąd $\Delta R/R$ będzie najmniejszy gdy wpływ pozostałych dwóch składników będzie najmniejszy, tzn. gdy

$$\frac{L\Delta a + a\Delta L}{La - a^2} = \min$$

Wyrażenie to osiągnie wartość minimalną, gdy jego mianownik osiągnie maksimum. Dla $L = \text{constans}$ zachodzi to gdy pierwsza pochodna mianownika po a zanika $L - 2a = 0$.

Stąd

$$a = \frac{L}{2}$$

Wnioskujemy stąd, że w metodzie mostkowej należy dążyć do ustawienia suwaka w położeniu środkowym. Oznacza to, że wartość oporu znanego (R_1) powinna być zbliżona do wartości oporu szukanego (R).

2. Wytlumaczenie charakteru zależności oporu metalu i półprzewodnika od temperatury.

Wyjaśnijmy teraz charakter zależności oporu półprzewodnika i metalu od temperatury. Opór przewodnika określony jest przez wartość przewodnictwa właściwego materiału, z którego wykonany jest przewodnik oraz przez rozmiary geometryczne przewodnika

$$R = \frac{L}{\sigma S},$$

gdzie L oznacza długość przewodnika, a S pole przekroju poprzecznego. Przewodnictwo σ zależy od koncentracji n nośników i od ich ruchliwości μ

$$\sigma = en\mu$$

Aby wyjaśnić jak zmiana temperatury wpływa na opór przewodnika trzeba wiedzieć jakim zmianom ulegają pod wpływem zmian temperatury n i μ .

W metalu sieć krystaliczna utworzona jest z dodatnich jonów, pomiędzy którymi poruszają się swobodne elektrony. Koncentracja elektronów swobodnych jest bardzo duża i praktycznie nie ulega zmianie pod wpływem warunków zewnętrznych. Ruchliwość jest prędkością unoszenia uzyskiwaną przez elektrony swobodne pod wpływem zewnętrznego pola elektrycznego o jednostkowym natężeniu. To, że elektrony swobodne uzyskują pod wpływem zewnętrznego pola elektrycznego stałą prędkość unoszenia jest wynikiem ich zderzeń z drgającymi jonami tworzącymi sieć krystaliczną. Im temperatura metalu jest wyższa tym amplituda drgań jonów w sieci krystalicznej jest większa i silniej hamuje uporządkowany ruch elektronów. Powoduje to, że ruchliwość elektronów swobodnych maleje ze wzrostem temperatury, a więc opór R przewodnika metalicznego rośnie ze wzrostem temperatury. Doświadczenie

pokazuje, że wzrost ten jest w szerokim zakresie temperatur liniowy i wyraża się wzorem

$$R(T) = R_0[1 + \alpha(T - T_0)]$$

W przypadku półprzewodników nośnikami są elektrony i dziury, a przewodnictwo właściwe wyraża się wzorem

$$\sigma = e(n\mu_n + p\mu_p)$$

gdzie n (p) oznaczają odpowiednio ilość elektronów (dziur) swobodnych, μ_n (μ_p) ruchliwość elektronów (dziur). Ruchliwość elektronów swobodnych maleje ze wzrostem temperatury podobnie jak dla przewodnika metalicznego. Jednak, w przeciwieństwie do metali, koncentracja elektronów swobodnych nie jest stała i rośnie ze wzrostem temperatury znacznie szybciej niż maleje ruchliwość

$$n = n_0 \exp\left(-\frac{\epsilon}{2kT}\right)$$

Podobnie koncentracja dziur

$$p = p_0 \exp\left(-\frac{\epsilon}{2kT}\right)$$

Stąd

$$\sigma = e(n_0\mu_n + p_0\mu_p) = \sigma_0 \exp\left(-\frac{\epsilon}{2kT}\right)$$

a więc opór półprzewodnika maleje wykładniczo ze wzrostem temperatury

$$R(T) = R_0 \exp\left(-\frac{\epsilon}{2kT}\right)$$

Podobne wnioski można wyciągnąć analizując zależność od temperatury zapełnienia elektronowych pasm energetycznych.

Część doświadczalna

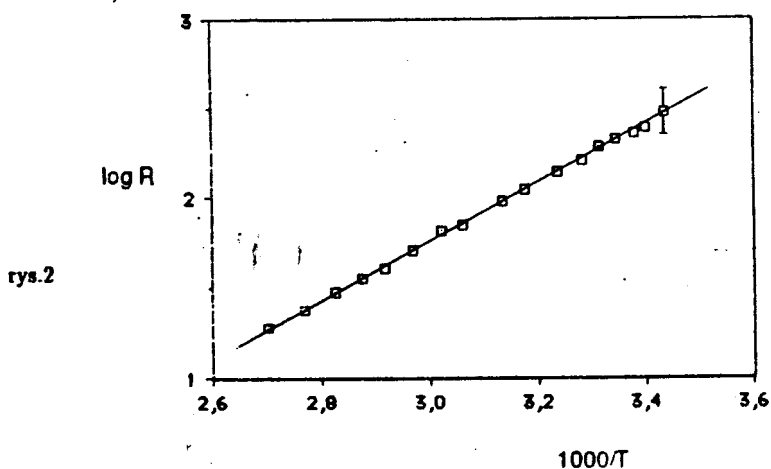
Celem doświadczenia jest pomiar oporu termistora w różnych temperaturach. Temperaturę termistora zmieniano podgrzewając go w kąpeli z oleju parafinowego lub transformatorowego. Pomiar oporu przeprowadzono korzystając z zasady mostka Wheatstone'a. Zbudowano układ jak na rysunku 1. Jako źródła prądu użyto zasilacza prądu stałego o napięciu 1 V. Druć oporowy o długości $L=113$ cm i oporze $7 \Omega/m$ (odwinięty z opornika ceramicznego) rozpięto pomiędzy dwoma izolatorami. Znany opór R_1 stanowiła opornica dekadowa. Zamiast galwanometru używano mikroamperomierza, który połączono krótkim przewodem z pętelką z drutu miedzianego, zaciśniętą wokół drutu oporowego, stanowiącą suwak. Badany termistor (NTC 110) charakteryzował się w temperaturze 25°C oporem $R(t=25^\circ\text{C}) = 220 \Omega$ (informacja ta podana jest na termistorze). Zgodnie z zasadą, że pomiar oporu R będzie najdokładniejszy, gdy wartość oporu R_1 będzie zbliżona do wartości oporu szukanego, dla pomiaru w temperaturze pokojowej wybrano wartość $R_1=250 \Omega$. W miejsce oporu R podłączono badany termistor umieszczony w kąpeli olejowej.

Ustawiając suwak w połowie drutu AB i mikroamperomierz na zakres o niezbyt dużej czułości tak zmieniano opór R_1 opornicy dekadowej by zminimalizować prąd płynący przez mikroamperomierz. Czynność tę powtarzano następnie na bardziej czułych zakresach. Gdy miernik ustawiony na najczulszy zakres wykazywał jedynie przepływ małego prądu przesuwano suwak tak by prąd ten był zerowy. Oznaczało to, że różnica potencjałów między punktami C i D jest równa zero, a opór $R=R_1 a/(L-a)$, gdzie a oznacza długość odcinka DB drutu oporowego, którą zmierzono linijką. Podobną procedurę zastosowano do wyznaczenia oporu termistora w maksymalnej temperaturze, do której podgrzano olej.

Przy podgrzewaniu oleju jego temperatura szybko rośnie i trudno jest zrealizować warunki równowagi, w której powinno się przeprowadzać pomiar oporu. W celu przeprowadzenia pomiaru w temperaturach pośrednich stosowano mieszaninę gorącego i zimnego oleju w różnych proporcjach. Dlatego podgrzano silnie olej w jednej zlewce (do 110 °C) i dolewano do zimnego oleju w drugiej zlewce. Aby temperatura w całej objętości była jednakowa mieszano olej termometrem i w krótkim czasie, nie dopuszczając do stygnięcia oleju, wykonywano pomiar temperatury oleju, długości odcinka DB drutu oporowego oraz jeszcze raz pomiaru temperatury t_2 oleju, przy czym podczas pomiarów termometr umieszczony był w pobliżu termistora. Temperaturę t określano jako średnią arytmetyczną wielkości t_1 i t_2 , a stąd $1000/T=1000/(t+273)$. W przypadku temperatur pośrednich dobór oporu R nie był już tak dokładny jak dla temperatury pokojowej i maksymalnej, gdyż pomiary musiały się odbywać w krótkim czasie, nie dopuszczając do zmiany temperatury oleju. Suwak nie był, więc zawsze ustawiony w położeniu środkowym. Wielkość a wahała się od 45 do 60 cm. Pomiary przeprowadzono dla temperatur w zakresie od 18 do 100 °C.

Pomiary w temperaturze pokojowej i maksymalnej powtórzono wielokrotnie, aby z ich pomocą ocenić błąd wyznaczanych wielkości. Opór R obliczano według podanego wyżej wzoru (3). Wyniki pomiarów zamieszczone są w tabeli. Wielkości R i $1000/T$ odłożono na papierze półlogarytmicznym. Punkty doświadczalne dobrze układają się na prostej (rys.2). Wyznaczono współczynnik kierunkowy $b = (1639 \pm 30) \cdot 10^{-3} \text{ K}$ a stąd energię aktywacji

$$\varepsilon = (0,65 \pm 0,02) \text{ eV.}$$



TABELA

t [°C]	$1000/T$ [1/K]	R_1 [Ω]	a [cm]	R [Ω]
18	3.436	300	56,7	302
21	3.401	250	56,4	249
23	3.378	225	57,0	229
26	3.344	210	56,6	211
29	3.311	200	55,0	190
32	3.279	180	53,0	159
36	3.236	150	54,6	140
42	3.175	120	54,0	110
46	3.135	100	55,0	95
54	3.058	80	53,1	71
58	3.021	80	50,6	65
64	2.967	70	47,6	51
70	2.915	50	50,9	41
75	2.874	40	53,6	36
81	2.825	40	48,4	30
88	2.770	30	50,2	24
97	2.703	20	55,0	19

Ocena błędów

Mierzone wielkości obarczone są błędem pomiarowym związanym z dokładnością użytych przyrządów: $\Delta t = 0,5 \text{ }^\circ\text{C}$, $\Delta a = 1 \text{ mm}$, $\Delta L = 1 \text{ mm}$. Z rozrzutu pomiarów w temperaturze pokojowej i maksymalnej określono błąd $\delta t = 1 \text{ }^\circ\text{C}$ i $\delta a = 2 \text{ mm}$ i te błędy jako większe przyjęto obliczając błąd wyznaczanych wielkości. Błąd ΔR_1 wartości oporu R_1 oceniono na podstawie tolerancji opornicy dekadowej. Błąd szukanego oporu $R(T)$ obliczano wg wzoru (4). Błąd Δb współczynnika kierunkowego b określono prowadząc przez punkty doświadczalne z błędami proste o najmniejszym i największym nachyleniu. Błąd energii aktywacji $\Delta \varepsilon$ obliczono wg wzoru $\Delta \varepsilon = 2k\Delta b / (10^{-3} \log e)$.

Punktacja:

- Rozwiązanie –1 p
- Część teoretyczna – 1 p
- Metoda pomiaru oporu termistora –1p
- Wytlumaczenie charakteru zależności oporu metalu i półprzewodnika od temperatury – 1 p
- Część doświadczalna –1 p
- Ocena błędów –1 p

Zadanie pochodzi z „Druk OF”

Komitet Okręgowy Olimpiady Fizycznej w Szczecinie
www.of.szcz.pl