

XLI OLIMPIADA FIZYCZNA ETAP I

Zadanie teoretyczne

ZADANIE T3

Nazwa zadania:

Moc, z jaką pracuje silnik samochodu jadącego w danej chwili z prędkością v zależy od warunków jazdy, ale nie może przekroczyć pewnej wartości maksymalnej, zależnej od v .

Przyjmijmy że ta zależność w postaci $P_{\max}^{(A)}(v) = \alpha v$ dla samochodu A i $P_{\max}^{(B)}(v) = \beta v$ dla samochodu B. Przyjmijmy również, że siły oporu ruchu samochodów (zależne przede wszystkim od kształtu ich karoserii) są proporcjonalne do kwadratów prędkości samochodów. Przyjmując, że prędkość maksymalna, v , jaka rozwija samochód A jest większa od maksymalnej prędkości v samochodu B oblicz, jaka jest maksymalna prędkość ciągnięcia samochodu B przez samochód A, oraz jakie jest napięcie liny holowniczej w przypadkach, gdy:

1. silnik samochodu B nie pracuje (samochód toczy się na luzie)
2. silnik samochodu B pracuje z maksymalną dla rozwijanej prędkości mocą.

UWAGA!

Holowanie odbywa się na dostatecznie długiej linii tak, że wpływ samochodu A na opory ruchu samochodu B można, zaniedbać. Zależność $P_{\max}^{(A)}(v) = \alpha v$ i $P_{\max}^{(B)}(v) = \beta v$ obowiązują również dla prędkości v większych do $v(a)$ i $v(b)$.

ROZWIĄZANIE ZADANIA T3

Jeżeli przez $F(v)$ oznaczymy siłę oporów ruchu samochodu jadącego ze stałą prędkością v , to moc z jaką pracuje jego silnik, wyraża wzorem $P=F(v)v$. Niech dla pojazdu A $F(v) = \sigma_A v^2$, zaś dla pojazdu B $F(v) = \sigma_B v^2$. W przypadku maksymalnych prędkości samochód mamy:

$$\sigma_A v_A^2 = \frac{P_{\max}^{(A)}(v_A)}{v_A} = \alpha \tag{1}$$
$$\sigma_B v_B^2 = \frac{P_{\max}^{(B)}(v_B)}{v_B}$$

Odpowiedz na pytanie 1 otrzymamy rozwiązując równanie

$$\sigma_A v_1^2 + \sigma_B v_1^2 = \frac{P_{\max}^{(A)}(v_1)}{v_1} = \alpha, \tag{2}$$

Z którego wynika, że prędkość holowania jest równa

$$v_1 = \left(\frac{\alpha}{\sigma_A + \sigma_B} \right)^{1/2} \quad (3)$$

Siła napięcia lini holowniczej równoważy sile oporu ruchu pojazdu B, $T_1 = \sigma_B v_1^2$ i jest równa

$$T_1 = \frac{\alpha\beta}{\alpha \left(\frac{v_B}{v_A} \right)^2 + \beta} \quad (4)$$

W przypadku 2, gdy silniki obu pojazdów pracują z maksymalną mocą, równanie na prędkość pojazdów

$$\sigma_A v_2^2 + \sigma_B v_2^2 = \frac{P_{\max}^{(A)}(v_2)}{v_2} + \frac{P_{\max}^{(B)}(v_2)}{v_2} = \alpha + \beta \quad (5)$$

Pozwala wyznaczyć prędkość ich ruchu

$$v_2 = \left[\frac{\alpha + \beta}{\sigma_A + \sigma_B} \right]^{1/2} \quad (6)$$

Wartości siły napięcia lini holowniczej T_2 otrzymujemy dowolne z dwóch następujących równań, $\sigma_B v_2^2 = \frac{P_{\max}^{(B)}(v_2)}{v_2} + T_2$ lub $\sigma_A v_2^2 = \frac{P_{\max}^{(A)}(v_2)}{v_2} - T_2$:

$$T_2 = \frac{\alpha\beta \left[1 - \left(\frac{v_B}{v_A} \right)^2 \right]}{\alpha \left(\frac{v_B}{v_A} \right)^2 + \beta} \quad (7)$$

Punktacja:

Wzór (1) max 1 punkt

Wzory (2) i (5) (pierwszy w rozw.2pkt,drugi 1 punkt)

Wzór (3) max 1 punkt

Wzór(4) max 2 punkty

Wzór(6) max 1 punkt

Wzór(7) max 2 punkty

Źródło:
Zadanie pochodzi z „Druk OF” XLI

Komitet Główny Olimpiady Fizycznej w Szczecinie
www.of.szcz.pl