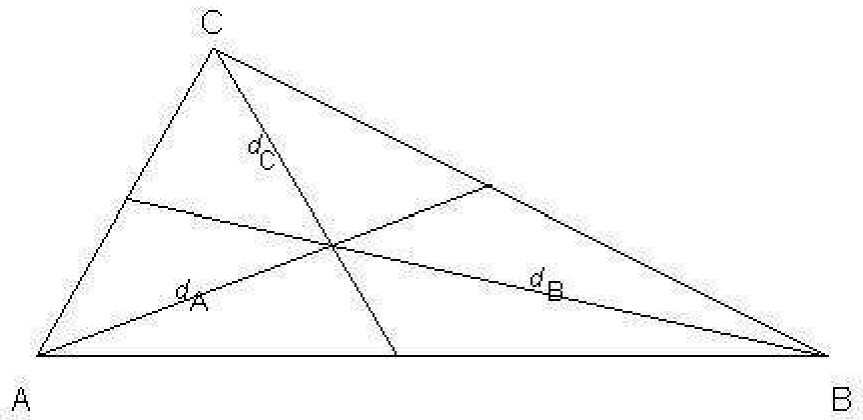
XL OLIMPIADA FIZYCZNA ETAP I
Zadania teoretyczne

ZADANIE T1

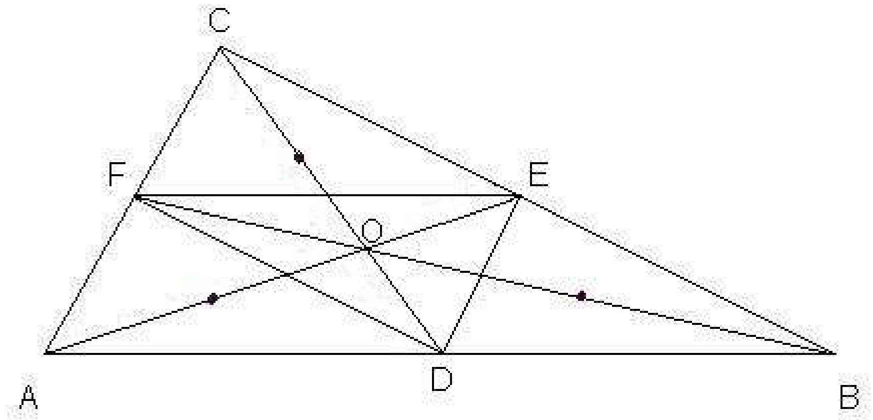
Nazwa zadania: „Trójkąt i jego bezwładność"

Udowodnij, że moment bezwładności jednorodnego trójkąta względem osi do niej prostopadłej i przechodzącej przez środek masy wyraża się wzorem: $I_0 = \frac{1}{27}m(d_A^2 + d_B^2 + d_C^2)$, gdzie d_A, d_B i d_C oznaczają długości środkowych tego trójkąta, a *m* jego masę.



ROZWIĄZANIE ZADANIA T1

Środek masy jednorodnego trójkąta leży w punkcie przecięcia środkowych jego boków. Wprowadźmy oznaczenia, jak na rysunku.



Poszukiwany moment bezwładności I_0 względem punktu O znajdziemy korzystając z podobieństwa trójkątów oraz twierdzenia Steinera. Trójkąty ADF, DBE, FEC, EFD
są przystające i podobne do trójkąta ABC. Ich rozmiary liniowe są o połowę mniejsze od rozmiarów ABC, a ich masy są równe $\frac{m}{4}$. Ich momenty bezwładności względem ich własnych środków ciężkości są równe $\frac{I_0}{16}$, co w prosty sposób wynika
ze skalowania. Te środki ciężkości oznaczono na rysunku literami G, H, I oraz O. Teraz obliczymy momenty bezwładności trójkątów ADF, DBE i FEC
względem punktu O. Rozważmy na przykład trójkąt FEC. Jego moment bezwładności względem O jest równy (z twierdzenia Steinera) $\frac{I_0}{16} + \frac{m|HO|^2}{4}$.

Jednocześnie $|HO| = \frac{d_c}{3}$. Teraz już możemy, korzystając z addytywności momentów bezwładności, obliczyć poszukiwany moment bezwładności.

$$I_0 = 4 \cdot \frac{I_0}{16} + \frac{m}{4}\left(\frac{d_A^2}{9} + \frac{d_B^2}{9} + \frac{d_C^2}{9}\right)$$

Po przekształceniu dostajemy wzór podany w zadaniu.

Punktacja:
Można otrzymać maksimum 20 punktów.

Źródło:
Zadanie pochodzi z czasopisma „Fizyka w Szkole” marzec 01r.