LII OLIMPIADA FIZYCZNA ETAP III
Zadanie teoretyczne

ZADANIE T3

Nazwa zadania: „Ekran czarnych płyt”

Płaska doskonale czarna powierzchnia o stałej temperaturze T_w jest umieszczona równolegle do innej doskonale czarnej płaszczyzny o stałej temperaturze T_n, niższej od T_w. Między powierzchniami jest próżnia. W celu zmniejszenia powodowanego promieniowaniem przepływu ciepła pomiędzy powierzchniami umieszczono ekran złożony z m cienkich czarnych płyt odizolowanych od siebie termicznie i leżących równolegle do płaszczyzn.
Ile razy zmniejszył się strumień promieniowania (energia przekazana w jednostce czasu na jednostkę powierzchni) pomiędzy płaszczyznami po wstawieniu ekranu?
Wyznacz temperatury kolejnych płyt 1, 2,..., m i podaj wartości liczbowe dla $m = 9$, $T_w = 1300^0 C$, $T_n = 300^0 C$. Efekty związane ze skończonymi rozmiarami powierzchni zaniedbaj.

ROZWIĄZANIE ZADANIA T3

Temperatury czarnych płyt umieszczonych pomiędzy powierzchniami oznaczymy odpowiednio T_1, T_2,..., T_m. Ponieważ płyty są cienkie, można przyjąć, że układ jest w stanie stacjonarnym, czyli przepływ ciepła między płytami jest wszędzie taki sam. Zgodnie z prawem Stefana- Boltzmanna mamy:

$$J = \sigma \cdot \left(T_w^4 - T_1^4\right),$$
$$J = \sigma \cdot \left(T_1^4 - T_2^4\right),$$
$$J = \sigma \cdot \left(T_2^4 - T_3^4\right),$$
$$\dots$$
$$J = \sigma \cdot \left(T_{m-1}^4 - T_m^4\right),$$
$$J = \sigma \cdot \left(T_m^4 - T_n^4\right).$$

Dodając równania stronami otrzymujemy:

$$\left(m-1\right) \cdot J = \sigma \cdot \left(T_w^4 - T_n^4\right) = J_0,$$

gdzie J_0 oznacza strumień promieniowania, gdy nie ma ekranu, zatem strumień zmniejszył się o czynnik:

$$\varepsilon = m + 1.$$

Widać, że obecność czarnych płyt zmniejsza strumień promieniowania $m+1$ razy. Fakt powyższy wykorzystuje się do konstrukcji ścianek izolacyjnych (superizolacje).
Powyższe wzory ujawniają, że czwarte potęgi temperatur T_w , T_1, T_2, ..., T_m, T_n tworzą ciąg arytmetyczny.
Różnica d kolejnych wyrazów tego ciągu wynosi:

$$d = \frac{1}{m+1}\left(T_n^4 - T_w^4\right).$$

Wobec tego:

$$T_m^4 = \frac{m+1-i}{m+1} \cdot T_w^4 + \frac{i}{m+1} T_n^4 ,$$

dla $i = 1,2,3,...,m$. Ostatecznie temperatura T i-tej płyty wynosi:

$$T_m = \sqrt[4]{\frac{m+1-i}{m+1} T_w^4 + \frac{i}{m+1} T_n^4} .$$

Po podstawieniu danych liczbowych dostajemy:

$T_1 = 1260^0 C$, $T_2 = 1216^0 C$, $T_3 = 1160^0 C$, $T_4 = 1115^0 C$, $T_5 = 1056^0 C$, $T_6 = 986^0 C$, $T_7 = 903^0 C$, $T_8 = 797^0 C$, $T_9 = 645^0 C$.

Źródło:
Zadanie pochodzi z czasopisma „Fizyka w Szkole"

Komitet Okregowy Olimpiady Fizycznej w Szczecinie
www.of.szc.pl