

## LII OLIMPIADA FIZYCZNA ETAP III

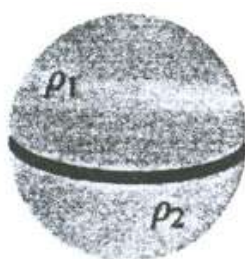
### Zadanie teoretyczne

#### ZADANIE T1

Nazwa zadania: „Oddziaływanie dwóch półkul”

Dwie półkule o promieniach  $R$ , wykonano z izolatora, naładowano równomiernie ładunkami o gęstościach objętościowych  $\rho_1$  i  $\rho_2$  i zbliżono do siebie na bardzo niewielką odległość- rysunek.

Oblicz siłę wzajemnego oddziaływania tych półkul.



#### ROZWIĄZANIE ZADANIA T1

Siła  $F$  wzajemnego oddziaływania półkul jest postaci:

$$F = \rho_1 \cdot \rho_2 \cdot f,$$

gdzie  $f$  jest siłą oddziaływania półkul o równych jednostkowych gęstościach, którą możemy obliczyć korzystając z prawa Gaussa. W tym celu obliczamy pole elektryczne w odległości  $r$  od środka naładowanej równomiernie kuli. Jako powierzchnię Gaussa wybieramy kulę o promieniu  $r$ , której środek pokrywa się ze środkiem naładowanej kuli, dostając:

$$4 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot E(r) = \frac{4 \cdot \pi \cdot r^3}{3 \cdot \epsilon_0}.$$

Zatem pole elektryczne w odległości  $r$  od środka kuli naładowanej równomiernie jednostkową gęstością wynosi:

$$E(r) = \frac{r}{3 \cdot \epsilon_0}.$$

Jeśli powierzchnia, którą półkule przylegają do siebie, leży w płaszczyźnie  $xy$ , to siła działająca na górną półkulę jest skierowana wzdłuż osi  $z$ . Zatem siła  $df$  działająca na półsferę o znikomej grubości  $dr$  i promieniu  $r$  jest równa:

$$df(r) = E(r) \cdot dr \int_S \cos \Theta dS,$$

gdzie  $S$  jest powierzchnią półsfery, a  $\Theta$  kątem pomiędzy wektorem  $r$  wskazującym element powierzchni  $dS$  a kierunkiem osi  $z$ . Należy zwrócić uwagę, że wyrażenie  $\cos \Theta dS$  jest równe polu powierzchni elementu  $dS$  rzutowanego na płaszczyznę  $xy$ . To z kolei równe jest po prostu  $\pi \cdot r^2$ .

Zatem siła  $f$  działająca na całą półkulę:

$$f = \int_0^R E(r) \cdot \pi \cdot r^2 \cdot dr = \frac{\pi \cdot R^4}{12 \cdot \epsilon_0}$$

i ostatecznie:

$$F = \frac{\rho_1 \cdot \rho_2 \cdot \pi \cdot R^4}{12 \cdot \epsilon_0}.$$

Źródło:  
Zadanie pochodzi z czasopisma „Fizyka w Szkole”  
Komitet Okręgowy Olimpiady Fizycznej w Szczecinie  
[www.of.szcz.pl](http://www.of.szcz.pl)