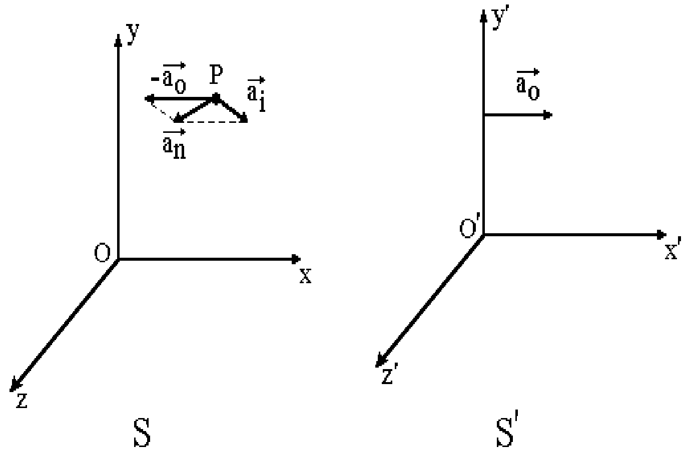
5. ZASADY DYNAMIKI W UKŁADACH NIEINERCJALNYCH

(4 strony - bez wyprowadzeń)

Dotychczas rozważaliśmy zasady dynamiki w inercjalnych układach odniesienia, ale często wygodniej jest posługiwać się układem nieinercjalnym, chociażby dlatego, że takim układem jest Ziemia. Wyobraźmy sobie dwa układy odniesienia i związane z nimi układy współrzędnych. Niech jeden z układów (S) będzie układem inercjalnym, a drugi (S') porusza się względem niego z przyspieszeniem $\boldsymbol{a_0}$.



Jeżeli punkt P <u>spoczywa</u> w układzie S to dla obserwatora z układu S' punkt ten wraz z całym układem S porusza się z przyspieszeniem $-\vec{a}_0$.

Jeżeli punkt P <u>porusza się</u> z przyspieszeniem $\vec{a}_i$ względem układu inercjalnego to obserwator w układzie nieinercjalnym widzi to przyspieszenie oraz przyspieszenie $-\vec{a}_0$ związane z przyspieszeniem jego układu względem układu inercjalnego.

Przyspieszenie w układzie nieinercjalnym będzie równe:

$$\boxed{\vec{a}_n = \vec{a}_i - \vec{a}_0}$$

Mnożąc obie strony przez masę otrzymujemy:

$$m\vec{a}_n = m\vec{a}_i - m\vec{a}_0$$

stąd:

$$\vec{F}_n = \vec{F}_i + \vec{F}_0$$

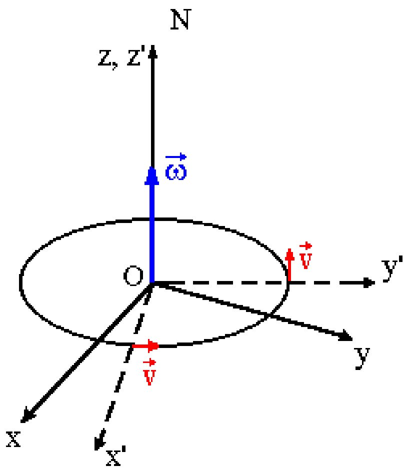
gdzie: $\vec{F}_n$ jest siłą obserwowaną w układzie nieinercjalnym, $\vec{F}_i$ jest siłą obserwowaną w układzie inercjalnym, a

$$\boxed{\vec{F}_0 = -m\vec{a}_0}$$

Siła ta jest siłą pojawiającą się na skutek przyspieszenia układu S' względem inercjalnego układu S. Nie ma ona związku z oddziaływaniami fizycznymi. Siły tego typu nazywa się <u>siłami bezwładności</u> lub <u>siłami pozornymi</u>.

Siły bezwładności mogą wywierać skutki analogiczne, jak siły rzeczywiste. <u>Siły bezwładności</u> - to siły, dla których nie umiemy wskazać ciał materialnych wywierających działanie na ciało badane. Siły te wprowadzamy *tylko* przy opisie ruchu ciała względem układu nieinercjalnego. Ich pojawienie się w równaniach ruchu jest spowodowane faktem, że układ odniesienia, w którym to równanie zapisujemy, nie jest układem inercyjnym. Na przykład, podczas gwałtownego hamowania samochodu (układu nieinercjalnego) względem szosy (układu inercjalnego), na kierowcę działa siła bezwładności skierowana *do przodu* i powodująca jego dalszy ruch, chociaż samochód się już zatrzymał.

<u>Siły pozorne w układzie obracającym się ze stałą prędkością kątową.</u>

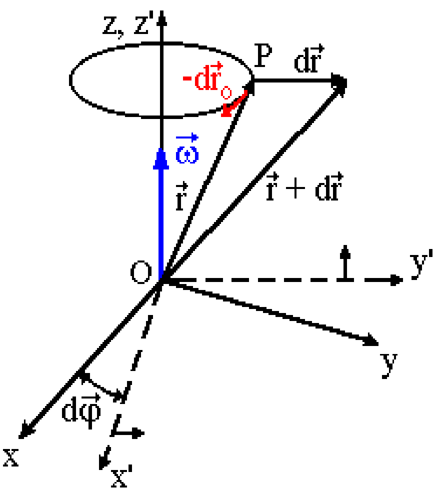


Ziemia jako układ odniesienia.
Ziemia jest nieinercjalnym układem odniesienia głównie ze względu na wykonywany przez nią ruch obrotowy. Wykonując doświadczenia posługujemy się najczęściej układem laboratoryjnym, który spoczywa względem Ziemi. Należałoby więc wiedzieć w jakim stopniu układ ten jest nieinercjalny.

Rozważmy <u>układ inercjalny</u> S i układ S' obracający się względem S ze stałą prędkością kątową $\vec{\omega}$ skierowaną wzdłuż osi z = z'.

Zwrot prędkości kątowej układu obracającego się jest zgodny ze zwrotem prędkości kątowej Ziemi jeżeli oś z skierowana jest na północ.

Jak będzie zmieniało się położenie punktu P przy zmianie układu z S na S' ?



Powiedzmy, że w układzie S położenie punktu wyznaczonego wektorem $\vec{r}$ zmieniło się w czasie dt o $d\vec{r}$. W tym samym czasie układ obracający się wykonał obrót o $d\vec{\phi}$. W związku z tym w układzie S' będziemy obserwowali <u>dodatkową zmianę</u> wektora $\vec{r}$ związaną z tym obrotem.

$$(d\vec{r}\,')_{S'} = (d\vec{r}\,)_S - d\vec{r}_o$$

gdzie: $d\vec{r}_o$ przesunięcie punktu w układzie S' względem S

Z definicji miary łukowej kąta $d\vec{r}_0 = d\vec{\varphi} \times \vec{r}\,'$ więc po podstawieniu otrzymujemy

$$\boxed{(d\vec{r}\,')_{S'} = (d\vec{r}\,)_S - d\vec{\phi} \times \vec{r}\,'}$$

Po dwukrotnym zróżniczkowaniu obu strony tej równości po czasie otrzymujemy

$$\boxed{\vec{a}_S = \vec{a}_{S'} + 2\vec{\omega} \times \vec{v}_{S'} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}\,')}$$

czyli: $$\boxed{\vec{a}_{S'} = \vec{a}_S - 2\vec{\omega} \times \vec{v}_{S'} - \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}\,')}$$

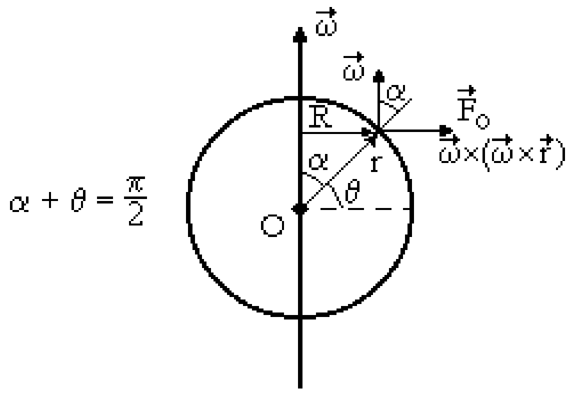
Jeżeli obserwator badający siłę działającą na masę m w inercjalnym układzie odniesienia zgodnie z drugą zasadą dynamiki otrzyma $\vec{F}_S = m\vec{a}_S$ to dla obserwatora badającego ruch względem układu obracającego się siła $\vec{F}_{S'} = m\vec{a}_{S'}$ wynosi:

$$\boxed{\vec{F}_{S'} = \vec{F}_S - 2m\vec{\omega}\times\vec{v}_{S'} - m\vec{\omega}\times(\vec{\omega}\times\vec{r}\,')}$$

Siła odśrodkowa

Rozważmy najpierw $\vec{F}_O = -m\vec{\omega}\times(\vec{\omega}\times\vec{r}\,')$.

- <u>Wartość</u> tego wektora jest:
  $m\left|\vec{\omega}\times(\vec{\omega}\times\vec{r})\right| = m\omega^2 r\cos\varphi = m\omega^2 R$
- <u>Kierunek</u> $\vec{\omega}\times(\vec{\omega}\times\vec{r})$ jest równoległy do $\vec{R}$
- <u>Zwrot</u> wektora $-m\vec{\omega}\times(\vec{\omega}\times\vec{r})$ jest od osi obrotu.



$\vec{F}_O$ reprezentuje tzw. <u>siłę odśrodkową.</u>

Przyspieszenie odśrodkowe jest największe na równiku i jest równe zeru na biegunie.

Podstawiając do wzoru wartość promienia (r = 6370 km) i prędkość kątową Ziemi otrzymuje się $\omega^2 r = 0{,}034\ ms^{-2}$, czyli na równiku, gdzie $\vec{r}\perp\vec{\omega}$ wartość przyspieszenia odśrodkowego $a_O = F_O/m$ jest około <u>0,3 %</u> przyspieszenia ziemskiego.

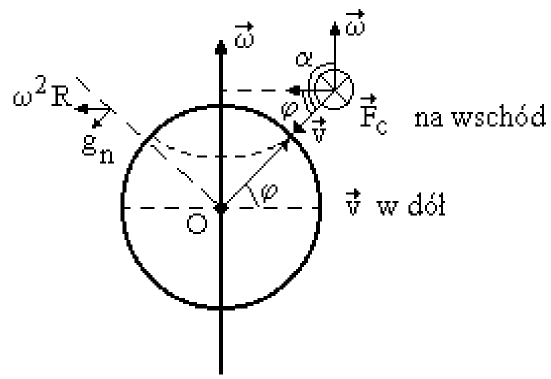
<u>Siła Coriolisa</u>
Obok siły odśrodkowej istnieje <u>druga siła bezwładności</u> opisywana przez wyrażenie:

$$\boxed{\vec{F}_C = -2m\vec{\omega}\times\vec{v}_{S'} = 2m\vec{v}_{S'}\times\vec{\omega}}$$

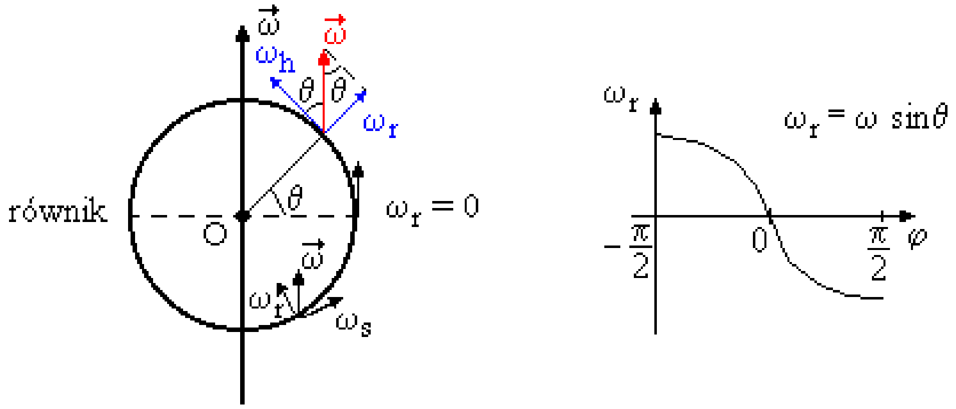
i nazywana <u>siłą Coriolisa.</u>

Działa ona na <u>cząstki będące w ruchu</u> względem obracającego się układu współrzędnych (pojawia się, gdy $\vec{v}_{S'}$ nie jest równoległa do $\vec{\omega}$). Kierunek siły Coriolisa jest prostopadły do kierunku wektora prędkości kątowej $\vec{\omega}$ i do kierunku wektora prędkości liniowej $\vec{v}_{S'}$.

1) <u>Ciała poruszające się pionowo</u>

	Na ciało spadające z prędkością $\vec{v}\,'$ z pewnej wysokości na półkuli północnej działa siła Coriolisa <u>skierowana na wschód</u>. $F_C = 2\,v\,\omega\sin\alpha = 2\,v\,\omega\cos\varphi$

2) Ciała poruszające się w poziomie.



Rozkładamy prędkość kątową na dwie składowe, radialną i horyzontalną, $\vec{\omega} = \vec{\omega}_r + \vec{\omega}_h$

$$-2\omega_r \times v' = \vec{a}_{ch} \text{ - przyspieszenie horyzontalne}$$

$$-2\omega_h \times v' = \vec{a}_{cr} \text{ - przyspieszenie „radialne”}$$

Składowa horyzontalna $\vec{a}$ powoduje odchylenie toru ciała od prostej na prawo na półkuli północnej, a na lewo na półkuli południowej.

Wartość siły Coriolisa jest na ogół niewielka, dla przedmiotu poruszającego się z prędkością v = 100 m/s prostopadłą do kierunku $\vec{\omega}$ przyspieszenie Coriolisa wynosi $a_c \approx 1{,}5 \cdot 10^{-2}\ ms^{-2}$, czyli około 1 % g. Mimo to siły Coriolisa odgrywają istotną rolę przy rozpatrywaniu ruchów mas powietrza i mas wody względem Ziemi. Są odpowiedzialne m.in. za powstawanie wirów powietrznych zwanych cyklonami antycyklonami (np. na półkuli północnej wirowanie wiatrów w cyklonie przeciwnie do ruchu wskazówek zegara) oraz za kierunek wiatrów w strefie równikowej (pasaty).