

# LXV OLIMPIADA FIZYCZNA

## ZAWODY I STOPNIA

### CZEŚĆ DOŚWIADCZALNA

Za każde z zadań doświadczalnych można otrzymać maksymalnie 40 punktów.

#### Zadanie D1.

Mając do dyspozycji:

- kilka kartek typowego papieru do drukarki o gramaturze  $80 \text{ g/m}^2$ ,
- cyfrowy woltomierz o nieznanym oporze wewnętrznym,
- baterię  $4,5 \text{ V}$ ,
- 3 oporniki o oporze  $R_1 = (1,00 \pm 0,05) \text{ M}\Omega$  oraz 3 oporniki o oporze  $R_2 = (10,0 \pm 0,5) \text{ M}\Omega$ ,
- folię aluminiową,
- kable i zaciski umożliwiające zestawienie układu pomiarowego,
- płaskie obciążniki o masie kilku kilogramów (np. książki),
- linijkę,
- nożyczki, taśmę klejącą,

wyznacz opór właściwy papieru.

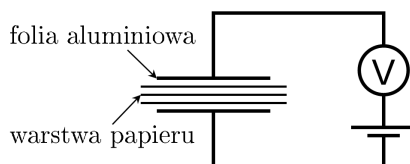
#### Uwaga:

Jako woltomierza możesz użyć cyfrowego miernika uniwersalnego. Jeżeli nie masz możliwości zdobycia oporników o podanych wartościach oporu, przed 31 października 2015 r. przyslij na adres KGOF zaadresowaną do siebie kopertę ze znaczkiem pocztowym.

#### Rozwiązanie zadania D1.

##### Część teoretyczna

Opór właściwy papieru można wyznaczyć, badając natężenie prądu płynącego przez warstwę papieru w obwodzie schematycznie przedstawionym na Rys. 1:



Rys. 1. Schemat układu pozwalającego na badanie przepływu prądu przez warstwę złożoną z kilku arkuszy papieru.

Ponieważ opór elektryczny warstwy papieru jest bardzo duży, do pomiaru natężenia prądu można użyć cyfrowego woltomierza, o ile jego opór wewnętrzny jest istotnie mniejszy od oporu papieru. Warunek ten można zweryfikować łącząc szeregowo baterię, woltomierz i warstwę papieru i sprawdzając, czy napięcie wskazywane przez woltomierz jest istotnie mniejsze od siły elektromotorycznej baterii. Natężenie  $I$  prądu płynącego w obwodzie, w którym warstwa papieru składa się z  $n$  kartek, można wyrazić jako:

$$I = \frac{E}{nR + R_0}, \quad (1)$$

gdzie  $E$  to siła elektromotoryczna baterii,  $R$  – opór warstwy papieru złożonej z jednej kartki, a  $R_0$  – suma pozostałych oporów w rozważanym obwodzie (oporu wewnętrznego woltomierza  $R_w$ , oporu styku na granicy papier-folia aluminiowa, oporu wewnętrznego baterii itp.). Jednocześnie możemy zapisać:

$$I = \frac{U}{R_w}, \quad (2)$$

gdzie  $U$  jest napięciem wskazywanym przez woltomierz. Przekształcając równania (1) i (2), otrzymujemy:

$$\frac{1}{U} = n \frac{R}{ER_w} + \frac{R_0}{ER_w}. \quad (3)$$

Zatem, wykreślając zależność odwrotności napięcia wskazywanego przez woltomierz od liczby kartek, z których składa się warstwa papieru, i dopasowując do tej zależności prostą, możemy wyznaczyć wartość współczynnika  $\frac{R}{ER_w}$  (będącego współczynnikiem kierunkowym tej prostej). Wartości siły elektromotorycznej  $E$  oraz oporu wewnętrznego woltomierza  $R_w$  można natomiast wyznaczyć w obwodzie złożonym z szeregowo połączonej baterii, woltomierza i opornika o znanym oporze  $R_z$ . Wskazanie woltomierza w takim układzie wyraża się następująco:

$$U = E \frac{R_w}{R_w + R_z}, \quad (4)$$

a stąd:

$$\frac{1}{U} = R_z \frac{1}{ER_w} + \frac{1}{E}. \quad (5)$$

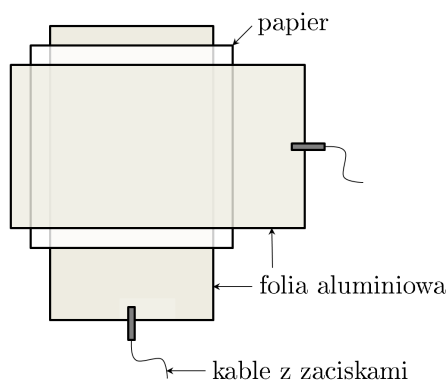
Jeżeli więc dokonamy pomiaru napięcia  $U$  w układach zbudowanych przy użyciu oporników o różnym oporze  $R_z$ , a następnie wykreślimy zależność odwrotności napięcia od  $R_z$ , to do zależności tej będziemy mogli dopasować prostą o współczynnikiem kierunkowym  $\frac{1}{ER_w}$ , przecinającą oś rzędnych w punkcie  $\frac{1}{E}$ . Dysponując wartościami  $E$  i  $R_w$  oraz wcześniej wyznaczoną wartością współczynnika  $\frac{R}{ER_w}$ , możemy więc wyznaczyć opór  $R$  pojedynczej kartki papieru.

Do wyznaczenia oporu właściwego pozostaje wyznaczyć pole powierzchni  $S$  papieru, przez którą następuje przepływ prądu (można tego dokonać za pomocą linijki) oraz grubości  $d$  papieru. Grubość tę można wyznaczyć, układając stos kartek (lub ich fragmentów) o grubości kilku milimetrów, mierząc jego grubość za pomocą linijki i dzieląc ją przez liczbę kartek. Ostatecznie opór właściwy  $\rho$  papieru wyraża się wzorem:

$$\rho = \frac{RS}{d}. \quad (6)$$

### Część doświadczalna

W celu wykonania doświadczenia pomiędzy dwoma arkuszami folii aluminiowej umieszczono  $n$  arkuszy papieru w sposób schematycznie przedstawiony na poniższym rysunku:



Rys. 2. Schemat ułożenia arkuszy folii aluminiowej i papieru.

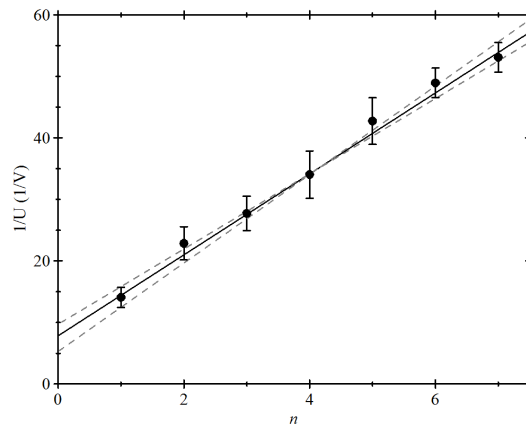
Taki sposób ułożenia arkuszy pozwala na określenie pola powierzchni papieru, przez którą płynie prąd. Jest nim pole powierzchni kwadratu o długości boku równej długości krótszego boku arkusza folii, tj.  $(15,0 \pm 0,1)$  cm. Przy takim układzie arkuszy łatwo też połączyć kable z arkuszami folii za pomocą zacisków.

Układ umieszczono na płaskiej powierzchni i dociśnięto płaskimi obciążnikami. Następnie układ ten połączono szeregowo z woltomierzem prądu stałego i baterią. Liczbę kartek  $n$  zmieniano w zakresie od 1 do 7, dla każdej wartości  $n$  notując napięcie  $U$  wskazywane przez woltomierz. Pomiary powtórzone trzykrotnie, a ich wyniki przedstawia poniższa tabela:

$n$	$U$ (mV)			$\frac{1}{U_{sr}}$ ( $\frac{1}{V}$ )	$\frac{1}{U_{min}} - \frac{1}{U_{max}}$ ( $\frac{1}{V}$ )
1	73,5	77,5	61,9	14,1	3,3
2	48,9	43,7	38,6	22,9	5,5
3	40,2	33,3	34,7	27,7	5,2
4	33,1	26,8	28,2	34,1	7,1
5	25,8	22,3	22,1	42,7	6,5
6	21,5	20,3	19,5	48,9	4,8
7	19,7	18,8	18,0	53,1	4,8

Tabela 1. Wyniki pomiarów napięcia  $U$  wskazywanego przez woltomierz dla różnej liczby kartek  $n$ , odwrotność średniej wartości napięcia  $U_{sr}$  oraz różnica pomiędzy odwrotnością minimalnej ( $U_{min}$ ) i maksymalnej ( $U_{max}$ ) zmierzonej wartości napięcia, będąca oszacowaniem niepewności wartości  $\frac{1}{U_{sr}}$ .

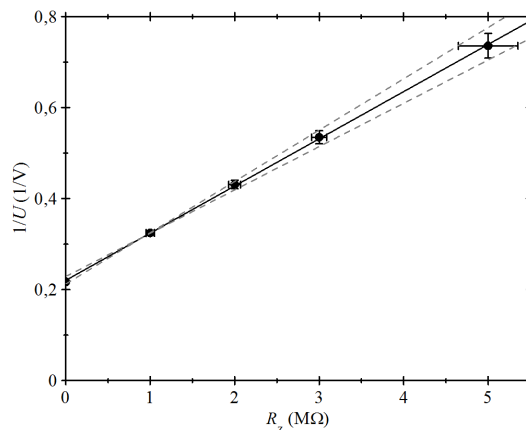
Następnie odwrotność średniego napięcia wskazywanego przez woltomierz wykreślono jako funkcję  $n$ :



Rys. 3. Zależność odwrotności napięcia wskazywanego przez woltomierz od liczby kartek, z których zbudowana jest warstwa papieru, wraz z dopasowaną prostą (linia ciągła). Linie przerywane odpowiadają prostym o możliwie najmniejszym i największym nachyleniu.

Z wykresu odczytano współczynnik kierunkowy dopasowanej prostej  $\frac{R}{ER_w} = (6,6 \pm 0,6) \text{ V}^{-1}$ .

W celu wyznaczenia oporu wewnętrznego  $R_w$  woltomierza zbudowano obwód z połączonych szeregowo: baterii, woltomierza i opornika o znanym oporze  $R_z$ . W roli tego ostatniego użyto odpowiednio połączonych (szeregowo lub równolegle) oporników o oporach  $R_1 = (1,00 \pm 0,05) \text{ M}\Omega$  oraz  $R_2 = (10,0 \pm 0,5) \text{ M}\Omega$ , uzyskując wartości  $R_z$  równe  $(1,00 \pm 0,05) \text{ M}\Omega$ ,  $(2,00 \pm 0,07) \text{ M}\Omega$ ,  $(3,00 \pm 0,09) \text{ M}\Omega$  oraz  $(5,00 \pm 0,35) \text{ M}\Omega$ . Dodatkowo wartość  $R_z = 0$  otrzymano łącząc bezpośrednio woltomierz z baterią. Odwrotność napięcia wskazywanego przez woltomierz w takim obwodzie wykreślono jako funkcję  $R_z$ :



Rys. 4. Zależność odwrotności napięcia wskazywanego przez woltomierz od wartości oporu  $R_z$ , wraz z dopasowaną prostą (linia ciągła). Linie przerywane odpowiadają prostym o możliwie najmniejszym i największym nachyleniu.

Odczytana z wykresu wartość współczynnika kierunkowego dopasowanej prostej wynosi  $\frac{1}{ER_w} = (0,105 \pm 0,006) \text{ V}^{-1}\text{M}\Omega^{-1}$ , a stąd  $R = (62,0 \pm 5,1) \text{ M}\Omega$ . Z wykresu możemy również odczytać  $\frac{1}{E} = (0,214 \pm 0,004) \text{ V}^{-1}$ , a stąd wyznaczyć:  $E = (4,673 \pm 0,087) \text{ V}$  i  $R_w = (2,04 \pm 0,12) \text{ M}\Omega$ .

Grubość kartki papieru wyznaczono, układając stos 100 fragmentów kartek, którego grubość wynosiła  $(10,0 \pm 0,5) \text{ mm}$ , co daje  $d = (0,100 \pm 0,005) \text{ mm}$ .

Na tej podstawie wyznaczono opór właściwy papieru:  $\rho = (13,7 \pm 1,1) \text{ G}\Omega\cdot\text{m}$ .

Warto w tym miejscu zwrócić uwagę, że opór właściwy papieru silnie zależy od wielu czynników, takich jak technologia jego wykonania, wilgotność, temperatura itd. W związku z tym rozrzut wyników liczbowych otrzymanych w różnych warunkach eksperymentalnych może być znaczny.

### Punktacja zadania D1.

Pomysł na pomiar natężenia prądu za pomocą woltomierza – 4 pkt.

Wzór (3) lub równoważny – 2 pkt.

Pomysł na pomiar  $R_w$  – 2 pkt.

Wzór (5) lub równoważny – 1 pkt

Wzór (6) lub równoważny – 1 pkt

Zestawienie i opis układu umożliwiającego poprawne wykonanie doświadczenia – 2 pkt.

Wykonanie serii pomiarów dla co najmniej 4 różnych grubości warstwy papieru – 2 pkt.

Wyznaczenie współczynnika  $\frac{R}{ER_w}$  na podstawie dopasowania prostej – 2 pkt.

Wyznaczenie wartości  $\frac{1}{ER_w}$  na podstawie co najmniej 4 pomiarów i dopasowania prostej – 2 pkt.

Wyznaczenie grubości papieru – 1 pkt

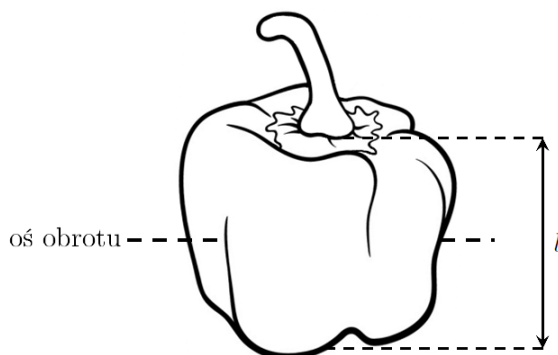
Wynik liczbowy i dyskusja jego niepewności – 1 pkt

## Zadanie D2.

Mając do dyspozycji:

- owoc papryki (*Capsicum annuum* L.) o znanej masie,
- cienki, sztywny pręt (np. patyczek do szaszłyków),
- stoper,
- linijkę lub taśmę mierniczą,
- nić,
- statyw,
- taśmę klejącą

wyznacz moment bezwładności owocu papryki względem dowolnie wybranej osi przechodzącej przez jego środek ciężkości w sposób schematycznie przedstawiony na rysunku:



Porównaj wyznaczony moment bezwładności z momentem bezwładności sfery oraz jednorodnej kuli o takiej samej masie oraz średnicy co papryka. Sposób wyznaczenia średnicy  $l$  papryki przedstawiono schematycznie na rysunku.

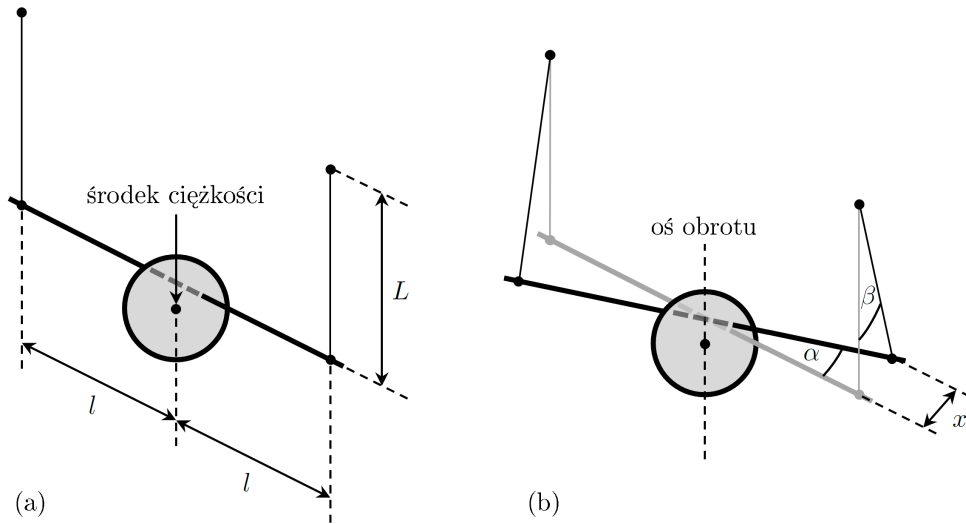
### Uwaga:

Do doświadczenia wybierz owoc o możliwie regularnym kształcie, tzn. możliwie zbliżonym do kuli.

## Rozwiązanie zadania D2.

### Część teoretyczna

Moment bezwładności owocu papryki można wyznaczyć, konstruując z dostępnych elementów wahadło torsyjne w sposób schematycznie przedstawiony na Rys. 6:



Rys. 6. Schemat budowy wahadła torsyjnego zbudowanego z owocu papryki, cienkiego pręta oraz nici.  
 (a) Wahadło w stanie równowagi. (b) Wahadło wychylone ze stanu równowagi, kolorem szarym zaznaczono pręt oraz nić w stanie równowagi.

Jeżeli tymczasowo przyjmiemy, że masa cienkiego pręta, którym przebita jest papryka, jest zanedbywalnie mała (na końcu rozwiązania sprawdzimy słuszność tego założenia), to w rozważanym układzie każda z nici jest rozciągana siłą  $F = \frac{mg}{2}$ , gdzie  $m$  to masa papryki a  $g$  jest przyspieszeniem ziemskim. Po wychyleniu wahadła ze stanu równowagi jak na Rys. 6 o niewielki kąt  $\alpha$ , składowa tej siły prostopadła do nici jest równa:

$$F_p = \frac{mg}{2} \sin\beta \approx \frac{mg}{2} \frac{x}{L} = \frac{mg}{2} \frac{l}{L} \frac{x}{l} \approx \frac{mg}{2} \frac{l}{L} \alpha, \quad (7)$$

gdzie  $\beta$  jest kątem wychylenia nici od pionu, a zastosowane przybliżenia wynikają z założenia niewielkich wartości  $\alpha$  i  $\beta$ . Zatem wartość momentu siły  $F_p$  względem środka ciężkości papryki wynosi:

$$M_p = -\frac{mg}{2} \frac{l^2}{L} \alpha \quad (8)$$

(znak minus oznacza, że moment  $M_p$  działa przeciwnie do wychylenia wahadła), a wartość całkowitego momentu siły powodującego powrót układu do stanu równowagi jest równa:

$$M = 2M_p = -mg \frac{l^2}{L} \alpha. \quad (9)$$

Stąd przyspieszenie kątowe rozważanego wahadła to:

$$\epsilon = \frac{M}{I} = -\frac{mg}{I} \frac{l^2}{L} \alpha, \quad (10)$$

gdzie  $I$  jest szukanym momentem bezwładności owocu papryki. Równanie (10) jest równaniem oscylatora harmonicznego. Jego rozwiązanie to drgania harmoniczne o częstości kołowej:

$$\omega = \sqrt{\frac{mg}{I} \frac{l^2}{L}}. \quad (11)$$

Zatem okres drgań  $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mg} \frac{L}{l^2}}$ , więc spełniona jest zależność:

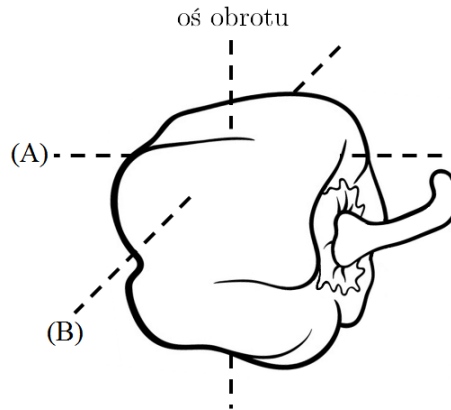
$$\left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 mgl^2 = IL. \quad (12)$$

Zatem, mierząc okres drgań wahadła  $T$  dla różnych długości nici  $L$ , a następnie dopasowując prostą do wykresu zależności wartości wyrażenia  $\left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 mgl^2$  od  $L$ , możemy otrzymać wartość  $I$  (będącą współczynnikiem kierunkowym tej prostej).

#### Część doświadczalna

W celu wykonania doświadczenia zestawiono wahadło według schematu przedstawionego na Rys. 6, przy użyciu owocu papryki, patyczka do szaszłyków, nici oraz statywu. Masa papryki, zmierzona za pomocą wagi kuchennej, była równa

( $194 \pm 1$ ) g. Aby wyznaczyć płaszczyznę, w której leży środek ciężkości papryki, przebito ją najpierw patyczkiem wzdłuż osi (A) schematycznie przedstawionej na Rys. 7:



Rys. 7. Schemat osi, wzdłuż których przebito owoc papryki.

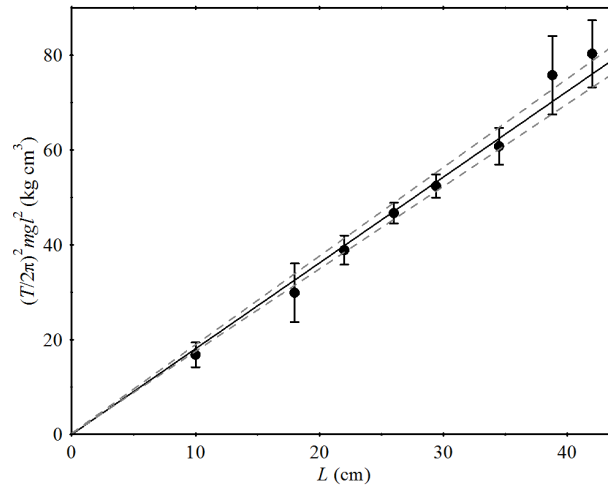
i pozwalając jej swobodnie zawisnąć na patyczku utrzymywanym w pozycji poziomej. Dzięki temu zapewniono, że środek ciężkości papryki leży w płaszczyźnie pionowej przechodzącej przez oś (A). Następnie, nie zmieniając położenia papryki, ostrożnie usunięto z niej patyczek i przebito nim paprykę ponownie, tym razem wzdłuż osi (B), poziomej i prostopadłej do osi (A). Ponieważ papryka miała możliwość swobodnego obracania się wokół patyczka, jej środek ciężkości znalazł się pod osią (B), a ślady po przebicciu jej wzdłuż osi (A) pozwoliły na dokładne wyznaczenie odległości  $l$  (pomiędzy miejscem mocowania nici do patyczka a rzutem środka ciężkości na oś (B)) za pomocą linijki.

W tak przygotowanym układzie zmierzono okres drgań wahadła torsyjnego  $T$  dla różnych długości nici  $L$ . W czasie pomiarów zwracano uwagę na to, aby wahadło drgało wyłącznie w sposób przedstawiony na Rys. 6. Okres  $T$  wyznaczano, mierząc za pomocą stopera czas 100 pełnych wahań wahadła i dzieląc otrzymaną wartość przez 100. Dla każdej długości nici pomiary takie powtórzono kilkakrotnie, a ich wyniki (średnią wartość  $T$ , różnicę pomiędzy maksymalną i minimalną zmierzoną wartością  $T$  oraz wartość wyrażenia  $(\frac{T}{2\pi})^2 mgl^2$ ) przedstawia poniższa tabela:

$L$ (cm)	$T$ (s)	$T_{max} - T_{min}$ (s)	$(\frac{T}{2\pi})^2 mgl^2$ (kg·cm <sup>3</sup> )
42,0	0,91	0,04	80,2
38,8	0,88	0,05	75,7
34,5	0,79	0,03	58,5
29,4	0,73	0,02	52,5
26,0	0,69	0,02	46,8
22,0	0,63	0,03	38,8
18,0	0,55	0,06	29,9
10,0	0,42	0,03	16,8

Tabela 2. Okres drgań wahadła w zależności od długości nici  $L$ : wartość średnia  $T$  wyznaczona na podstawie kilkakrotnego pomiaru, różnica pomiędzy wartością maksymalną i minimalną, będąca oszacowaniem niepewności wartości  $T$  oraz wartość wyrażenia  $(\frac{T}{2\pi})^2 mgl^2$ .

Następnie wartość wyrażenia  $(\frac{T}{2\pi})^2 mgl^2$  wykreślono jako funkcję  $L$ :



Rys. 8. Zależność wartości wyrażenia  $(\frac{T}{2\pi})^2 mgl^2$  od  $L$ , wraz z dopasowaną prostą (linia ciągła). Linie przerywane odpowiadają prostym o możliwie najmniejszym i największym nachyleniu.

Z wykresu odczytano współczynnik kierunkowy dopasowanej prostej, będący szukanym momentem bezwładności papryki:  $I = (1,81 \pm 0,06) \text{ kg}\cdot\text{cm}^2$ .

W celu sprawdzenia słuszności założenia o nieważkości patyczka przeprowadzono również analogiczny eksperyment z wahadłem wykonanym wyłącznie z patyczka (bez owocu papryki), otrzymując jego moment bezwładności  $I_p = (0,021 \pm 0,007) \text{ kg}\cdot\text{cm}^2$ . Zatem obecność patyczka zmieniała moment bezwładności badanego układu o mniej niż 1%.

Momenty bezwładności sfery oraz jednorodnej kuli o takiej samej masie oraz średnicy co papryka (8 cm) wynoszą odpowiednio:  $2,07 \text{ kg}\cdot\text{cm}^2$  oraz  $1,24 \text{ kg}\cdot\text{cm}^2$ , a zatem moment bezwładności papryki jest zdecydowanie bliższy momentowi bezwładności sfery. Jest to wynik zgodny z intuicją, ponieważ większość wnętrza owocu papryki wypełnia powietrze.

#### Uwaga:

Inną z możliwych metod rozwiązania zadania jest metoda przedstawiona w rozwiązaniu zad. D1 zawodów I stopnia 54 OF.

#### Punktacja zadania D2.

Pomysł na pomiar momentu bezwładności papryki – 3 pkt.

Wzór (10) lub równoważny – 4 pkt.

Wzór (11) lub równoważny – 1 pkt.

Wzór (12) lub równoważny – 2 pkt.

Zestawienie i opis układu umożliwiającego poprawne wykonanie doświadczenia – 2 pkt.

Wykonanie serii pomiarów dla co najmniej 4 różnych długości nici  $L$  – 3 pkt.

Wyznaczenie momentu bezwładności papryki na podstawie dopasowania prostej – 3 pkt.

Zbadanie wpływu patyczka na moment bezwładności układu – 1 pkt

Wynik liczbowy i jego dyskusja – 1 pkt

#### Zadanie D3.

Mając do dyspozycji:

- kilka kartek typowego papieru do drukarki o gramaturze  $80 \text{ g/m}^2$ ,
- metalowe garnki różnych rozmiarów o płaskich dnach, najlepiej nieemaliowane,
- kuchenkę gazową lub elektryczną,
- lód i wodę,
- wagę,
- stoper,
- linijkę,
- nożyczki, ręczniki papierowe

wyznacz współczynnik przewodnictwa cieplnego papieru do drukarki. Ciepło topnienia lodu wynosi  $333,7 \text{ kJ/kg}$ .

### Uwaga:

Współczynnik przewodnictwa cieplnego  $\lambda$  dla ciała o kształcie prostopadłościanu definiuje się jako:

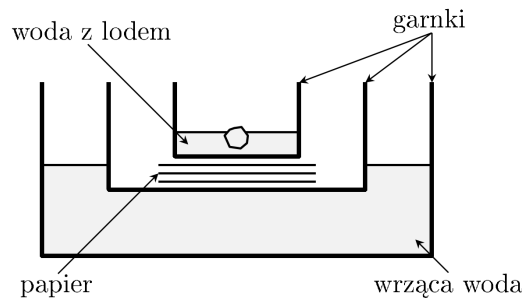
$$\lambda = \frac{Qd}{tS\Delta T}$$

gdzie:  $Q$  jest ilością ciepła przepływającą przez ciało w kierunku równoległym do jednej z jego krawędzi,  $d$  jest długością tej krawędzi,  $t$  jest czasem przepływu ciepła,  $S$  jest polem przekroju ciała, przez które przepływa ciepło, a  $\Delta T$  jest różnicą temperatur między powierzchniami ciała, mierzona w kierunku przewodzenia ciepła.

### Rozwiązanie zadania D3.

#### Część teoretyczna

Współczynnik przewodnictwa cieplnego papieru  $\lambda$  można wyznaczyć, badając przepływ ciepła pomiędzy powierzchniami o znanej temperaturze przez warstwę papieru o znanej grubości. Takiego pomiaru można dokonać w układzie schematycznie przedstawionym na Rys. 9:



Rys. 9. Schemat układu doświadczenia pozwalającego na badanie przepływu ciepła przez warstwę papieru.

W największym z garnków znajduje się wrząca woda (tj. woda o temperaturze  $100^{\circ}\text{C}$ ), w której umieszczamy średni garnek. Na środku jego dna umieszczamy warstwę złożoną z  $n$  kartek papieru, na szczycie której umieszczamy najmniejszy garnek wypełniony wodą o temperaturze  $0^{\circ}\text{C}$ . W wodzie tej umieszczamy porcję lodu o tej samej temperaturze i o znanej masie. Następnie mierzymy czas, po jakim lód się stopi.

W takiej sytuacji następuje przepływ ciepła między wodą o temperaturze  $100^{\circ}\text{C}$  a wodą o temperaturze  $0^{\circ}\text{C}$  przez dna garnków oraz warstwę papieru. Ze względu na podobieństwo definicji przewodnictwa cieplnego do definicji przewodnictwa elektrycznego, wygodnie jest zdefiniować opór cieplny (analogicznie do oporu elektrycznego) jako:

$$R = \frac{\Delta T}{\frac{Q}{t}} = \frac{t\Delta T}{Q}, \quad (13)$$

gdzie  $\Delta T$ ,  $Q$  oraz  $t$  zdefiniowane są w treści zadania (analogiem napięcia elektrycznego, czyli różnicy potencjałów na końcach przewodnika, jest różnica temperatur  $\Delta T$ , a analogiem natężenia prądu, czyli ilości ładunku przepływającego w jednostce czasu przez przekrój przewodnika, jest stosunek ilości ciepła  $Q$  przepływającego przez ciało do czasu  $t$  tego przepływu). Mamy wtedy:

$$R = \frac{d}{\lambda S}, \quad (14)$$

gdzie  $d$ ,  $\lambda$  oraz  $S$  są zdefiniowane w treści zadania.

Ciepło między wodą o temperaturze  $100^{\circ}\text{C}$  a wodą o temperaturze  $0^{\circ}\text{C}$  przepływa więc przez opór cieplny  $R(n) = R_g + nR_k$ , gdzie  $R_g$  jest oporem cieplnym garnków, a  $R_k$  jest oporem cieplnym tej części pojedynczej kartki, przez którą przepływa ciepło (z dobrym przybliżeniem jest to część kartki o polu powierzchni równym polu powierzchni dna najmniejszego garnka). Ilość ciepła  $Q$ , jaka przepłynęła przez opór  $R(n)$  w czasie  $t$  można łatwo wyznaczyć, jeżeli całe to ciepło zostało zużyte na stopienie porcji lodu o znanej masie. Opór  $R(n)$  można więc wyznaczyć eksperymentalnie jako stosunek:

$$R(n) = \frac{t\Delta T}{mc_t}, \quad (15)$$

gdzie  $c_t$  jest ciepłem topnienia lodu, a  $m$  jest masą lodu.

Wyznaczając wartość  $R(n)$  dla różnych  $n$  i dopasowując prostą do wykresu zależności  $R(n)$  od  $n$ , można wyznaczyć zarówno wartość  $R_g$ , jak i  $R_k$ , a stąd wartość  $\lambda$ .



## Część doświadczalna

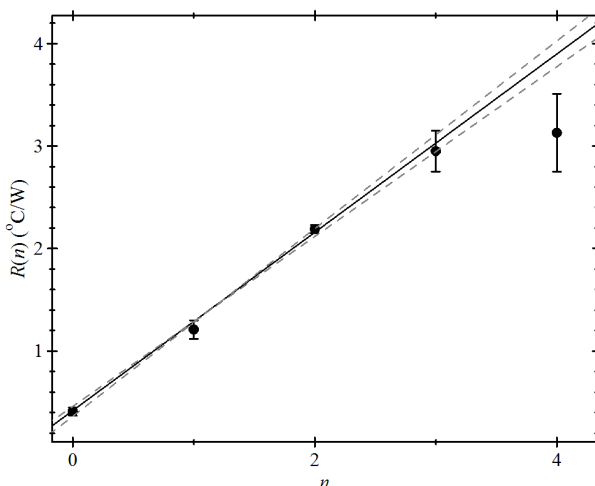
W celu wykonania eksperymentu zestawiono układ doświadczalny zgodnie ze schematem pokazanym na Rys. 9. Pole powierzchni dna najmniejszego z garnków było równe  $S = (40 \pm 1) \text{ cm}^2$ . Aby zapewnić początkową temperaturę wody w najmniejszym garnku równą  $0^\circ\text{C}$ , przed wykonaniem doświadczenia umieszczano w niej porcję pokruszonego lodu, a właściwy pomiar rozpoczynano dokładnie w momencie zakończenia topnienia tejże porcji. Aby dokładany lód miał temperaturę  $0^\circ\text{C}$ , przed eksperymentem umieszczano go w osobnym garnku z wodą.

W celu dokładniejszego wyznaczenia szybkości topnienia lodu (czasu  $t$  dla danej masy  $m$ ) pomiaru dokonano kilkakrotnie dla każdej z użytych liczb kartek  $n$ . Poniższa tabela zawiera zebrane wartości wyznaczonego na tej podstawie oporu w zależności od liczby kartek:

$n$	$R(n)_{\text{sr}} \left(\frac{^\circ\text{C}}{\text{W}}\right)$	$R(n)_{\text{max}} - R(n)_{\text{min}} \left(\frac{^\circ\text{C}}{\text{W}}\right)$
0	0,41	0,08
1	1,21	0,18
2	2,19	0,08
3	2,95	0,40
4	3,13	0,75

Tabela 3. Opór  $R(n)$  w zależności od liczby kartek  $n$ : wartość średnia  $R(n)_{\text{sr}}$  wyznaczona na podstawie kilkakrotnego pomiaru oraz różnica pomiędzy wartością maksymalną i minimalną, będąca oszacowaniem niepewności wartości  $R(n)_{\text{sr}}$ .

Na ich podstawie wykreślono zależność  $R(n)$  od  $n$ :



Rys. 10. Zależność oporu cieplnego  $R(n)$  układu złożonego z garnków i papieru od liczby  $n$  użytych kartek, wraz z dopasowaną prostą (linia ciągła). Linie przerywane odpowiadają prostym o możliwie najmniejszym i największym nachyleniu.

Na powyższym wykresie widoczny jest liniowy wzrost oporu cieplnego  $R(n)$  wraz z liczbą kartek  $n$ . Jedyne dla najgrubszej warstwy ( $n = 4$ ) punkt pomiarowy wyraźnie nie pasuje do tego trendu. Jest to najprawdopodobniej spowodowane faktem, że dla tak grubej warstwy papieru jej opór cieplny jest na tyle duży, że ze względu na wydłużenie czasu pomiaru inne kanały dostarczania ciepła do najmniejszego z garnków (np. konwekcja, promieniowanie) zaczynają mieć istotne znaczenie. Dlatego przy dopasowaniu prostej pominięto ten punkt.

Z dopasowania linii prostej odczytać można, że opór cieplny garnków  $R_g$  wynosi  $(0,41 \pm 0,05) \text{ }^\circ\text{C/W}$ , natomiast opór pojedynczej kartki  $R_k = (0,86 \pm 0,05) \text{ }^\circ\text{C/W}$ .

Aby wyznaczyć przewodnictwo cieplne papieru wyznaczono grubość kartki papieru, układając stos 100 fragmentów kartek, którego grubość wynosiła  $(10,0 \pm 0,5) \text{ mm}$ , co daje  $d = (0,100 \pm 0,005) \text{ mm}$ .

Ostatecznie przewodnictwo cieplne papieru wynosi:

$$\lambda = \frac{d}{R_k S} = (0,029 \pm 0,003) \frac{\text{W}}{^\circ\text{C}\cdot\text{m}}.$$

Warto w tym miejscu zwrócić uwagę, że przewodnictwo cieplne papieru zależy od wielu czynników, takich jak technologia jego wykonania, wilgotność itd. Dlatego wyniki liczbowe otrzymane w różnych warunkach eksperymentalnych mogą się istotnie różnić.

**Punktacja zadania D3.**

Pomysł na pomiar przepływu ciepła pomiędzy powierzchniami o znanej temperaturze – 5 pkt.

Wzór (15) lub równoważny – 5 pkt.

Zestawienie i opis układu umożliwiającego poprawne wykonanie doświadczenia – 2 pkt.

Wykonanie serii pomiarów dla co najmniej 3 różnych grubości warstwy papieru – 4 pkt.

Wyznaczenie przewodnictwa cieplnego papieru na podstawie dopasowania prostej – 3 pkt.

Wynik liczbowy wraz z oszacowaniem jego niepewności – 1 pkt