

Rozwiązanie zadania D1

Część teoretyczna

Ciepło właściwe lodu można wyznaczyć badając zależność od czasu temperatury porcji wody, która początkowo jest zamrożona. W trakcie doświadczenia powinniśmy zaobserwować trzy fazy tego procesu, różniące się szybkością zmian temperatury:

- ogrzewanie lodu od temperatury początkowej do temperatury 0°C
- topnienie lodu (podczas którego temperatura pozostaje równa 0°C)
- ogrzewanie wody powstałej ze stopienia lodu

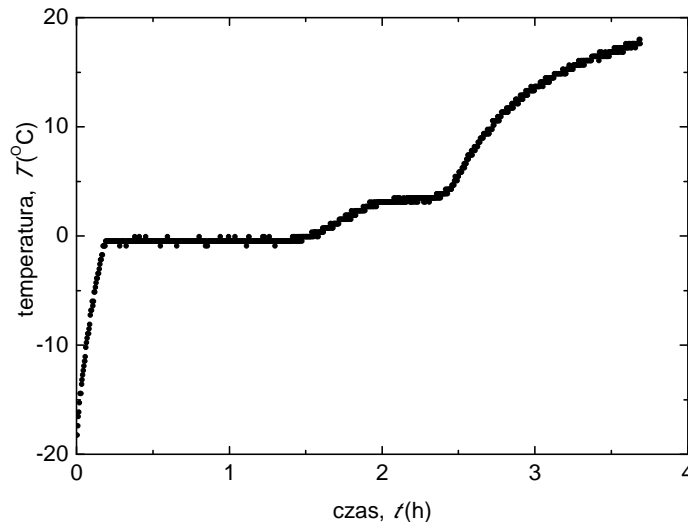
Zgodnie z treścią zadania zmiany temperatury badanego układu (buteleczki z lodem lub wodą) w czasie opisane są funkcją wykładniczą ze stałą czasową $\tau = \alpha \cdot c \cdot m$. Oznaczmy indeksami L wielkości odnoszące się do lodu, a indeksami W wielkości odnoszące się do wody. Mamy wówczas: $\tau_W = \alpha_W \cdot c_W \cdot m_W$ oraz $\tau_L = \alpha_L \cdot c_L \cdot m_L$. W rozważanym eksperymencie masy lodu i wody są jednakowe ($m_W = m_L = m$). Jeśli ogrzewanie lodu i wody przebiega w tych samych warunkach, tzn. temperatura otoczenia T_0 i szybkość wymiany ciepła z otoczeniem (która zależy od właściwości pojemnika) są takie same dla obu stanów skupienia ($\alpha_W = \alpha_L = \alpha$), to ciepło właściwe lodu można wyznaczyć z zależności:

$$c_L = c_W \cdot \tau_L / \tau_W. \quad (1)$$

Część doświadczalna

W niniejszym rozwiązaniu jako pojemnik na wodę wykorzystano walcowe opakowanie po filmie fotograficznym, napełnione 25 ml wody demineralizowanej. W wieczku pojemnika wykonano mały otwór, przez który wprowadzono czujnik termometru. Zadbano o to, aby czujnik znajdował się blisko osi walcowego opakowania i mniej więcej w połowie wysokości słupa wody. Kabel łączący czujnik z termometrem przyklejono do pojemnika, aby czujnik nie zmieniał swego położenia podczas eksperymentu. Po zamknięciu pojemnik owinięto folią aluminiową. Dzięki temu zmniejszono szybkość wymiany ciepła pomiędzy wnętrzem pojemnika a otoczeniem i tym samym uzyskano bardziej jednorodny rozkład temperatury wewnątrz pojemnika.

Tak przygotowany pojemnik umieszczono w zamrażarce, dbając o to, aby pozostawał on w pozycji pionowej. Po kilku godzinach wewnątrz pojemnika rejestrowano stałą temperaturę równą około -19°C . Wówczas wyjęto pojemnik i pozostawiono w pomieszczeniu o temperaturze $T_0 = 24^{\circ}\text{C}$. W tym momencie rozpoczęto rejestrowanie zależności temperatury wewnątrz pojemnika od czasu. Rysunek 1 przedstawia uzyskane wyniki pomiaru:



Rys. 1. Zależność od czasu temperatury wewnątrz pojemnika.

W pierwszej fazie eksperymentu ($t < 0,2h$) widoczne jest ogrzewanie lodu do temperatury $0^{\circ}C$. Po osiągnięciu przez badany układ tej temperatury następuje topnienie lodu, podczas którego temperatura pozostaje stała ($0,2h < t < 1,5h$). Następujący po tym okresie wzrost temperatury do ok. $4^{\circ}C$ ($1,5h < t < 2,4h$) związany jest z anomalną rozszerzalnością termiczną wody – w pojemniku nadal znajduje się mieszanina lodu i wody, jednak woda o największej gęstości (o temperaturze $4^{\circ}C$) opada na dno naczynia i znajduje się w otoczeniu czujnika temperatury. Po stopieniu całego lodu ($t \approx 2,4h$) następuje szybki wzrost temperatury układu, związany z ogrzewaniem wody.

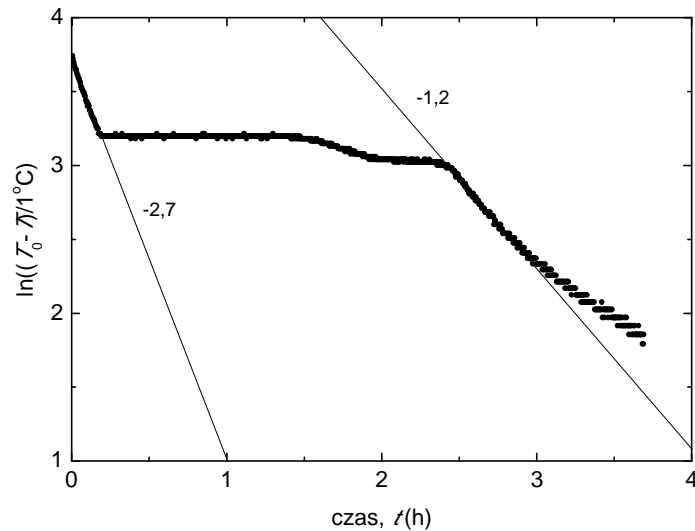
Zgodnie ze wskazówką 1 przyjmujemy:

$$T - T_0 = \Delta T_0 \cdot e^{-t/\tau},$$

zatem po podzieleniu powyższego równania stronami przez jednostkę temperatury i zlogarytmowaniu otrzymujemy:

$$\ln((T - T_0)/1^{\circ}C) = \ln(\Delta T_0/1^{\circ}C) - t/\tau.$$

Aby wyznaczyć stałe τ_L oraz τ_W można więc wykreślić zależność od czasu logarytmu naturalnego z różnicy temperatury otoczenia i chwilowej temperatury wewnątrz pojemnika wyrażonej w stopniach Celsjusza, a następnie dopasować proste do odcinków odpowiadających ogrzewaniu lodu i wody. Współczynniki kierunkowe tych prostych będą równe odpowiednio $-1/\tau_L$ oraz $-1/\tau_W$. Rysunek 2 przedstawia odpowiedni wykres:



Rys. 2. Zależność od czasu logarytmu naturalnego z różnicy temperatury otoczenia i chwilowej temperatury wewnątrz pojemnika wyrażonej w stopniach Celsjusza

Do części wykresu odpowiadającej ogrzewaniu lodu ($0h \leq t \leq 0,2h$) dopasowano prostą o współczynniku kierunkowym $-1/\tau_L \approx -2,7 \pm 0,1 \text{ h}^{-1}$, natomiast części wykresu odpowiadającej ogrzewaniu wody ($2,4 \text{ h} \leq t \leq 2,9 \text{ h}$) – prostą o współczynniku kierunkowym $-1/\tau_W \approx -1,2 \pm 0,1 \text{ h}^{-1}$. Dla temperatur pojemnika z wodą bliskich temperaturze otoczenia sposób wymiany ciepła pomiędzy pojemnikiem i otoczeniem ulega istotnym zmianom, np. wskutek zmian konwekcji powietrza wokół pojemnika. W związku z tym na wykresie przedstawionym na rysunku 2 dla $t > 2,9 \text{ h}$ obserwujemy odchylenie od liniowości, czyli od wykładniczej zależności temperatury wewnątrz pojemnika od czasu. Dlatego dla uzyskania najlepszej precyzji pomiaru najlepiej jest porównywać ogrzewanie lodu i wody w możliwie zbliżonych warunkach, tj. przy temperaturach możliwie bliskich 0°C .

Ostatecznie ciepło właściwe lodu obliczone zgodnie ze wzorem (1) wynosi:

$$c_L = 1900 \pm 250 \text{ J}/(\text{kg}\cdot\text{K}) .$$

Otrzymany wynik zgadza się w granicach niepewności pomiarowej z wartością podawaną w tablicach, równą około $2100 \text{ J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$.

Stosunek stałych τ_L oraz τ_W , potrzebny do wyznaczenia c_L , można również wyznaczyć w doświadczeniu o odwrotnym przebiegu do opisanego, tj. podczas procesu ochładzania i zamarzania wody w zamrażarce. W takim jednak przypadku należy przed wykonaniem pomiarów sprawdzić stabilność temperatury w zamrażarce. W niektórych zamrażarkach bowiem wahania temperatury mogą być na tyle duże, że uniemożliwiają poprawne wykonanie pomiaru.

Punktacja:

- pomysł na pomiar zależności temperatury lodu/wody od czasu – 6 pkt.
- wzór (1) lub równoważny – 4 pkt.
- opis układu umożliwiającego poprawne wykonanie doświadczenia – 4 pkt.
- sporządzenie wykresu zależności temperatury układu od czasu w skali logarytmicznej i identyfikacja poszczególnych etapów doświadczenia – 2 pkt.
- wyznaczenie τ_L/τ_W – 2 pkt.
- wynik liczbowy i jego dyskusja – 2 pkt.

Rozwiązanie zadania D2

Część teoretyczna

W rozważanej sytuacji na magnes działają dwie siły: w poziomie – siła przyciągania do powierzchni oraz w pionie – siła przyciągania ziemskiego. Po puszczeniu magnesu z miejsca oddalonego o d od powierzchni jego ruch w pionie będzie spadkiem swobodnym. Jeśli magnesowi nie nadano prędkości początkowej, to do chwili przyłgnięcia do powierzchni pokona on pionowo w dół drogę $y = g \cdot t^2 / 2$, gdzie t jest czasem od momentu puszczenia magnesu do chwili przyłgnięcia. Zatem szukany czas spadania można wyznaczyć mierząc wzdłuż powierzchni drogę y pokonaną w pionie przez magnes:

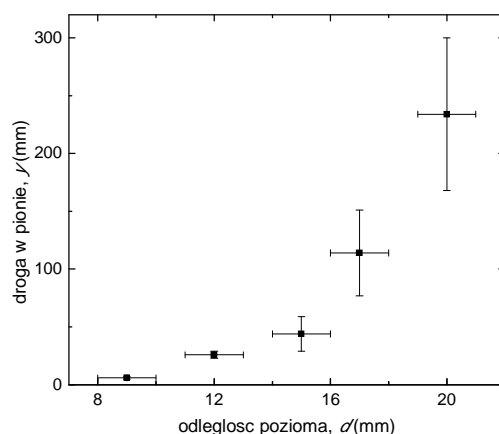
$$t = \sqrt{2y/g}. \quad (1)$$

Część doświadczalna

W przedstawionym rozwiązaniu jako powierzchnię, do której magnes jest przyciągany wykorzystano bok metalowej szafki na dokumenty.

Odległość d magnesu od powierzchni regulowano za pomocą książek o różnej grubości. Najpierw ustalono, że odległość początkowa d nie może być mniejsza niż około 9 mm, gdyż w przeciwnym przypadku trudno jest wyznaczyć drogę y z zadowalającą precyzją. Ponadto pomiary ograniczono do wartości $d \leq 20$ mm, ponieważ dla większych odległości początkowych rozrzut wartości y był zbyt duży.

Pomiary wykonano dla 5 wartości odległości d z zakresu od 9 – 20 mm, dla każdej z nich wykonano 10 prób. Wyniki pomiarów przedstawiono na rysunku poniżej, gdzie pionowe słupki błędów oznaczają zaobserwowany rozrzut wartości drogi y . Poziome słupki błędów odległości d odpowiadają dokładności wyznaczenia grubości użytych książek.

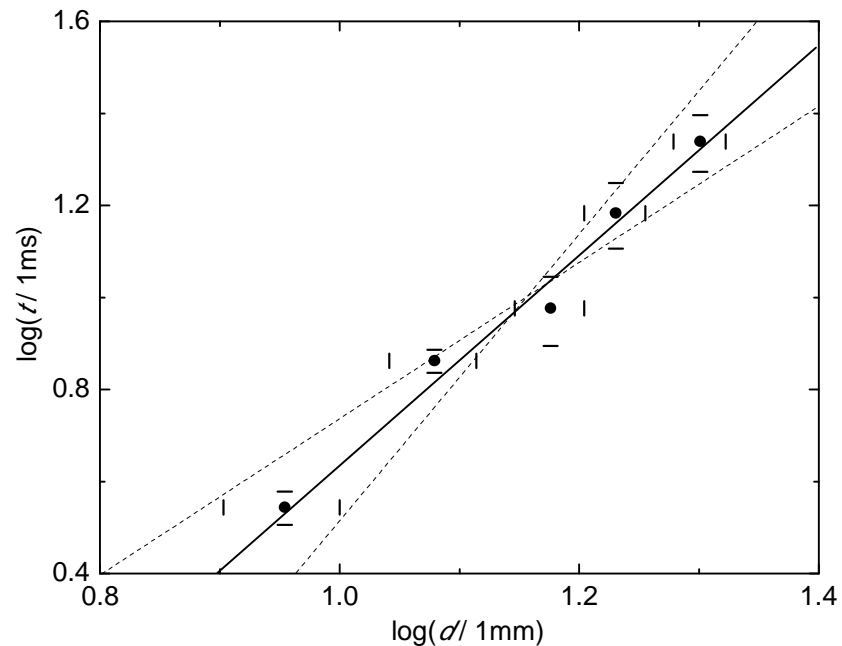


Rys. 1. Zależność drogi y pokonanej w pionie przez magnes od początkowej odległości d .

Następnie korzystając ze wzoru (1) wyznaczono zależność czasu t od odległości d . Logarytmując stronami zależność $t = C \cdot d^{(k+1)/2}$, daną treścią zadania (gdzie C jest pewną stałą), otrzymujemy:

$$\log(t/1 \text{ s}) = \log(C) + (k+1)/2 \cdot \log(d/1 \text{ mm})$$

Zatem w celu wyznaczenia wykładnika $(k+1)/2$ wykreślono wartości logarytmów dziesiętnych z wielkości t i d podzielonych przez ich jednostki:



Rys. 2. Zależność logarytmu naturalnego z czasu spadania magnesu t , wyrażonego w sekundach, od logarytmu naturalnego z początkowej odległości d od powierzchni, wyrażonej w milimetrach.

Wówczas wykładnik $(k+1)/2$ równy jest współczynnikowi nachylenia prostej dopasowanej do danych. Na powyższym wykresie linia ciągła odpowiada najlepszemu dopasowaniu, a linie przerywane określają niepewność dopasowania: $(k+1)/2 = 2,4 \pm 0,7$. Ostatecznie wyznaczono szukaną wartość

$$k = 3,8 \pm 1,4.$$

Jak widać na powyższym wykresie poziome oraz pionowe słupki błędów mają zbliżoną wielkość, co oznacza że na dokładność końcowego wyniku błędy pomiarów wielkości d oraz y wpływają w podobnym stopniu.

Punktacja:

- pomysł na pomiar czasu spadania magnesu – 6 pkt.

- wzór (1) lub równoważny – 4 pkt.
- opis układu umożliwiającego poprawne wykonanie doświadczenia – 2 pkt.
- dyskusja wyboru minimalnej i maksymalnej początkowej odległości magnesu od powierzchni – 1 pkt.
- wykonanie kilku pomiarów dla każdej z badanych początkowych odległości magnesu od powierzchni – 3 pkt.
- sporządzenie wykresu zależności t od d w skali logarytmicznej – 2 pkt.
- wyznaczenie k i oszacowanie niepewności pomiarowych – 2 pkt.

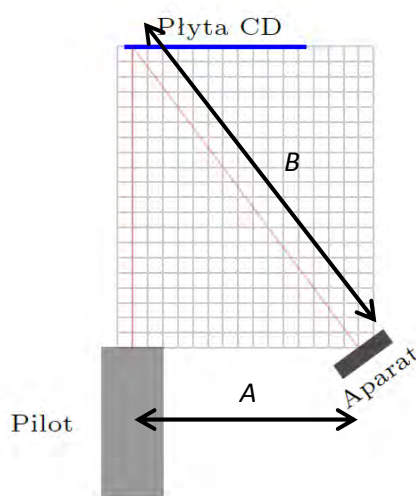
Rozwiązanie zadania D3:

Część teoretyczna

Długość fali promieniowania wytwarzanego przez pilot można wyznaczyć korzystając z dyfrakcji odbiciowej tego promieniowania na płycie CD. Wzór łączący długość fali λ , odległość między ścieżkami płyty d oraz kąt α i rząd n ugięcia wiązki promieniowania ma postać

$$n \cdot \lambda = d \cdot \sin \alpha, \quad (1)$$

gdzie kąt α jest zawarty pomiędzy promieniem padającym a odbitym, gdy promień padający jest prostopadły do powierzchni płyty:



Mierząc odległości pilot-aparat (A) oraz aparat-płyta (B) w sytuacji, gdy na ekranie aparatu widać plamkę odbitą pod niezerowym kątem, można wyznaczyć długość fali promieniowania wytwarzanego przez pilot:

$$\lambda = d \cdot A / (n \cdot B) \quad (2)$$

przy czym ważne jest ustalenie, któremu rzędowi ugięcia dyfrakcyjnego n odpowiada obserwowana plamka promieniowania.

Część doświadczalna

Płytę CD przymocowano za pomocą plasteliny do krawędzi stołu w taki sposób, że prawie cała powierzchnia płyty wystawała ponad stół. Na stole przyklejono taśmą klejącą kartę papieru milimetrowego, do której z kolei przymocowano za pomocą plasteliny pilot do telewizora. Pilot zorientowano w taki sposób, aby wiązka jego promieniowania padała prostopadłe na płytę CD. Podczas pomiarów wciskano przyciski pilota i przesuwano telefon z aparatem fotograficznym w poszukiwaniu plamki odpowiadającej wiązce ugiętej na płycie CD. Po znalezieniu plamki ($n=1$)

zaznaczano na papierze milimetrowym położenie telefonu i zmierzono odległości $A = 16,5 \pm 0,5$ cm oraz $B = 27,9 \pm 0,5$ cm. Ostatecznie otrzymano następujący wynik na długość fali promieniowania wytwarzanego przez pilot:

$$\lambda = 920 \pm 30 \text{ nm.}$$

Punktacja:

- pomysł na pomiar wykorzystujący dyfrakcję odbiciową – 6 pkt.
- wzór (2) lub równoważny – 4 pkt.
- opis układu umożliwiającego poprawne wykonanie doświadczenia – 4 pkt.
- wykonanie kilku pomiarów dla różnych odległości pilota od płyty lub dla różnych kątów padania promieniowania wytwarzanego przez pilot na płytę – 4 pkt.
- wynik liczbowy i jego dyskusja – 2 pkt.