

LVIII OLIMPIADA FIZYCZNA (2008/2009). Stopień II, zadanie teoretyczne – T3.

Źródło: Komitet Główny Olimpiady Fizycznej

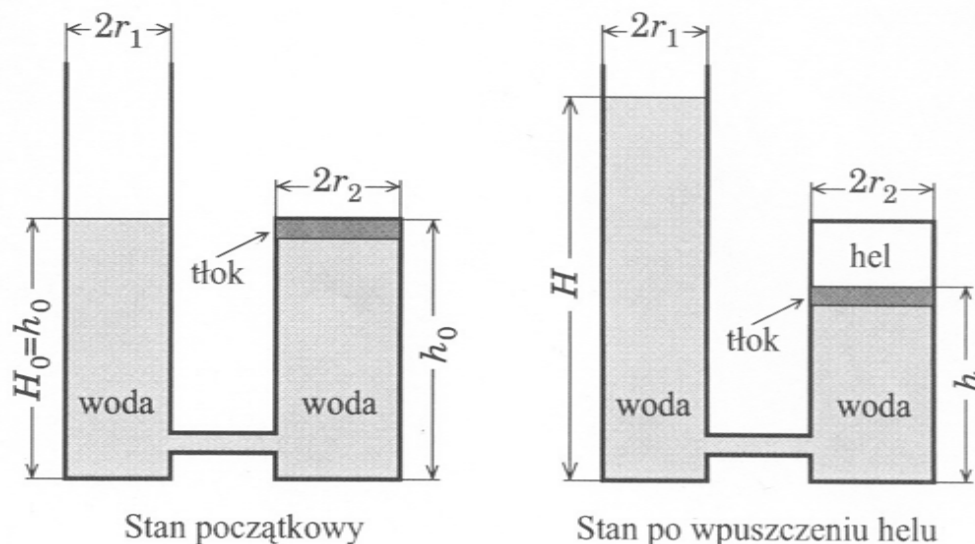
Nazwa zadania: Molowe ciepło właściwe helu

Działy: Termodynamika

Słowa kluczowe: molowe ciepło właściwe, hel, woda, ciśnienie, temperatura

Zadanie teoretyczne – T3, zawody II stopnia, LVIII OF.

Rozważmy przedstawiony na rysunku 1 układ składający się z połączonych ze sobą cylindrów o promieniach r_1 oraz r_2 . Prawy cylinder - o promieniu r_2 - jest od góry szczelnie zamknięty, a lewy - otwarty. W prawym cylindrze, nad wodą, znajduje się tłok o średniej gęstości równej gęstości wody. Początkowo tłok styka się z wieczkiem prawego cylindra, a jego górna powierzchnia znajduje się na tej samej wysokości, co powierzchnia wody w lewym cylindrze. Następnie do prawego cylindra wpuszczono nad tłok pewną ilość helu. Po ustaleniu się stanu równowagi jego ciśnienie wynosiło $p = 2p_0$ (gdzie p_0 jest ciśnieniem zewnętrznym), a temperatura była równa T_0 .



Rys. 1

Oblicz molowe ciepło właściwe helu w cylindrze w rozpatrywanym układzie.

Szukane molowe ciepło właściwe c jest stosunkiem $(Q / \Delta T) / N$, gdzie Q jest ciepłem niezbędnym do podwyższenia temperatury helu od T_0 do $T_0 + \Delta T$, gdzie ΔT jest małe, a N jest liczbą moli helu.

Tłok nie przepuszcza gazów i może przesuwac się bez tarcia.

Ciśnienie zewnętrzne $p_0 = 1000$ hPa, gęstość wody $\rho = 1000$ kg/m³, przyspieszenie ziemskie $g = 10$ m/s², $r_1 = 2,5$ cm, $r_2 = 5$ cm, $T_0 = 300$ K, uniwersalna stała gazowa $R = 8,3$ J/(mol · K).

Rozwiązanie

Ponieważ woda jest nieściśliwa mamy

$$S_1(H - H_0) + S_2(h - h_0) = 0, \quad (1)$$

gdzie $S_1 = \pi r_1^2$ jest powierzchnią cieczy w lewym cylindrze, $S_2 = \pi r_2^2$ - w prawym, H - wysokością poziomą powierzchni wody w lewym cylindrze, a h - wysokością górnej powierzchni tłoka. Stąd

$$H - H_0 = -\frac{S_2}{S_1}(h - h_0) = \frac{V}{S_1}, \quad (2)$$

gdzie V jest objętością helu.

Z hydrostatyki ciśnienie helu jest równe

$$p = \rho g(H - h) + p_0. \quad (3)$$

Uwzględniając poprzednie wyniki otrzymamy

$$p = \left(\frac{1}{S_1} + \frac{1}{S_2}\right) \rho g V + p_0. \quad (4)$$

Podstawiając to do równania stanu gazu doskonałego dostaniemy

$$\left[\left(\frac{1}{S_1} + \frac{1}{S_2}\right) \rho g V + p_0\right] V = NRT. \quad (5)$$

Traktując V jako funkcję T i różniczkując to równanie stronami po T dostaniemy

$$\rho g \left(\frac{1}{S_1} + \frac{1}{S_2}\right) 2V \frac{dV}{dT} + p_0 \frac{dV}{dT} = NR. \quad (6)$$

Zatem związek między małymi zmianami temperatury ΔT i małymi zmianami objętości ΔV jest w rozważanym układzie dany równaniem

$$\left[2\left(\frac{1}{S_1} + \frac{1}{S_2}\right) \rho g V + p_0\right] \Delta V = NR\Delta T. \quad (7)$$

Z pierwszej zasady termodynamiki wynika, że ciepło dostarczone do helu jest równe

$$Q = \Delta U + p\Delta V, \quad (8)$$

gdzie $\Delta U = (3/2) NR\Delta T$ jest zmianą energii wewnętrznej helu, a $-p\Delta V$ jest pracą wykonaną nad helem przez otoczenie.

Uwzględniając związek (7) otrzymujemy

$$Q = \frac{3}{2} NR\Delta T + p \frac{NR\Delta T}{2\left(\frac{1}{S_1} + \frac{1}{S_2}\right) \rho g V + p_0}. \quad (9)$$

Z warunku $p = 2p_0$ dostaniemy $\left(\frac{1}{S_1} + \frac{1}{S_2}\right) \rho g V = p_0$, a zatem

$$Q = \frac{3}{2} NR\Delta T + \frac{2}{3} NR\Delta T. \quad (10)$$

Zatem szukane molowe ciepło właściwe wynosi

$$\begin{aligned}c &= \frac{13}{6}R \approx \\ &\approx 18,0 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}.\end{aligned}\tag{12}$$

Proponowana punktacja

1. Związek między objętością helu, a zmianą poziomów wody w każdym z cylindrów (wzór (2) lub równoważny) 1 pkt.
2. Związek między ciśnieniem helu a jego objętością w rozważanej sytuacji (wzór (4)) 1 pkt.
3. Związek między temperaturą helu a jego objętością w rozważanej sytuacji (wzór (5) lub równoważny) 1 pkt.
4. Związek między zmianami temperatury helu a zmianami jego objętości w rozważanej sytuacji (wzór (7) lub równoważny) 2 pkt.
5. Pierwsza zasada termodynamiki (wzór (8) lub równoważny) i zastosowanie jej w rozwiązaniu 2 pkt.
6. Szukane ciepło molowe (wzór (11)) 3 pkt.