

LVIII OLIMPIADA FIZYCZNA (2008/2009). Stopień II, zadanie doświadczalne – D.**Źródło:** Komitet Główny Olimpiady Fizycznej.**Autor:** Ernest Grodner – Komitet Główny Olimpiady Fizycznej, IFD UW.**Nazwa zadania:** Wyznaczanie gęstości ścieżek płyt DVD oraz CD.**Działy:** Optyka falowa.**Słowa kluczowe:** dyfrakcja, siatka, droga optyczna, długość, fala, światło, ugięcie, odbicie, promień, wzmocnienie, laser, żarówka, statyw**Zadanie doświadczalne – D, zawody II stopnia, LVIII OF.**

W początku lat 90-tych nastąpiło rozpowszechnienie zapisu danych na płytach optycznych w technologii CD. Dane zapisywane są na kołowych ścieżkach o wspólnym środku pokrywającym się z geometrycznym środkiem płyty. Ilość danych, możliwych do umieszczenia na płycie optycznej CD jest związana z odległością d_{CD} między sąsiednimi ścieżkami. Następnie zwiększono ilość danych zapisywanych na płycie optycznej poprzez wprowadzenie technologii DVD o odstępach ścieżek d_{DVD} .

Masz do dyspozycji:

- źródło światła – żarówka wraz z zasilaniem,
- statyw z uchwytem,
- pudełko z wykonanymi otworami,
- płytę CD,
- płytę DVD,
- linijkę,
- taśmę samoprzylepną,
- papier milimetrowy.
- Wyznacz stosunek d_{DVD}/d_{CD} .

Uwaga:

- nie należy dotykać bańki żarówki, gdyż grozi to jej uszkodzeniem;
- nie należy wykonywać dodatkowych otworów w tekturowym pudełku;
- nie należy umieszczać żarówki wewnątrz pudełka.

Rozwiązanie**Część teoretyczna**

Płyty optyczne DVD oraz CD należy wykorzystać jako dyfrakcyjne siatki odbiciowe. Różnica dróg optycznych promieni odbitych od sąsiednich ścieżek siatki wynosi

$$l_2 - l_1 = d \sin \alpha - d \sin \beta \quad (1)$$

gdzie d – odległość ścieżek. Wzmocnienie promieni następuje gdy różnica dróg optycznych jest wielokrotnością długości fali

$$d \sin \alpha - d \sin \beta = n \lambda \quad (2)$$

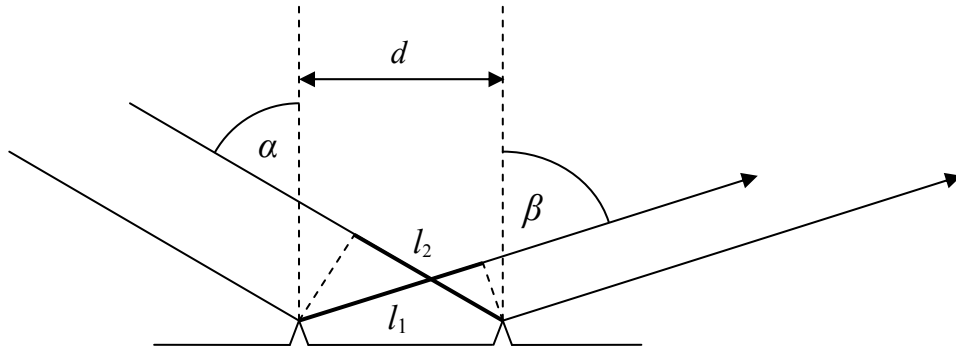
n – liczba całkowita. Dla $n = 0$ (odbicie) wzmocnienie następuje gdy

$$\sin \alpha = \sin \beta \quad (3)$$

niezależnie od długości fali l i odległości ścieżek d . Dla $n = 1$ (ugięcie pierwszego rzędu) wzmocnienie oznacza

$$\sin \alpha - \sin \beta = \lambda / d \quad (4)$$

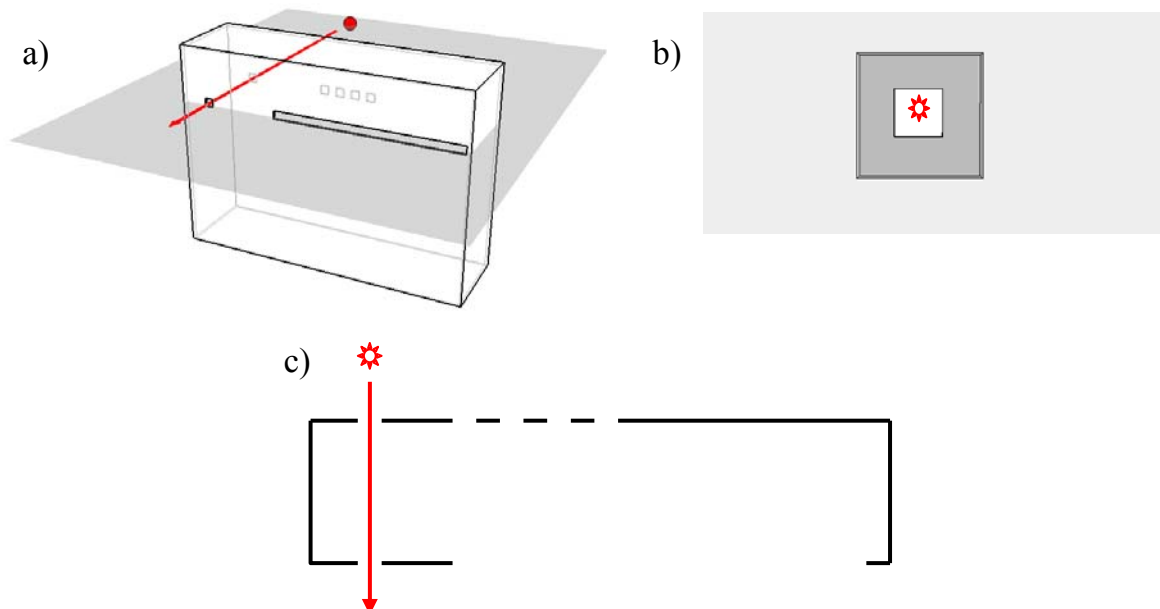
W rozwiązaniu zadania należy wykorzystać odbicie światła celem wyznaczenia λ / d_{DVD} oraz ugięcie pierwszego rzędu celem wyznaczenia λ / d_{CD} , gdzie d_{DVD} oraz d_{CD} jest odległością sąsiednich ścieżek odpowiednio płyty DVD oraz CD.



Rys. 1. Różnica dróg optycznych promieni odbitych od sąsiednich ścieżek odbiciowej siatki dyfrakcyjnej.

Część doświadczalna

Żarówkę należy zamocować na statywie tak, aby jej żarnik w postaci podłużnej spirali znajdował się w pozycji pionowej. Źródło światła należy umieścić na osi wyznaczonej przez dwa przeciwległe otwory (rys. 2a).

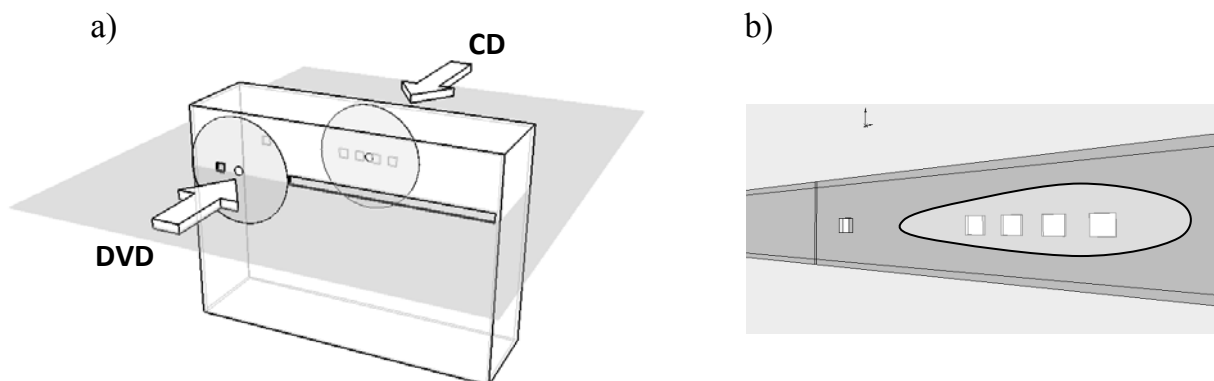


Rys. 2. a) Źródło światła (kolor czerwony) umieszczone w płaszczyźnie otworów pudełka.
 b) Widok poprawnie umieszczonego źródła światła poprzez dwa przeciwległe otwory pudełka.
 c) Przekrój układu w płaszczyźnie otworów pudełka.

Źródło światła będzie poprawnie umieszczone, jeśli patrząc przez dwa przeciwległe otwory będzie ono widoczne w ich centralnej części, rys. 2b. Żarówkę należy umieścić w możliwie najmniejszej odległości od pionowej ściany pudełka.

Uwaga: montaż żarówki na statywie powinien umożliwić jej umieszczenie w odległości co najmniej 3cm od ściany pudełka.

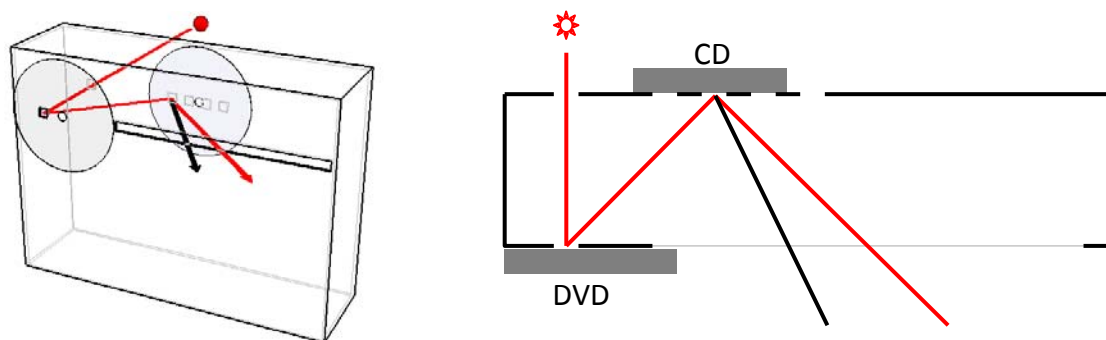
Następnie, używając taśmy samoprzylepnej, należy umieścić płytę DVD oraz CD tak, jak pokazuje rys. 3a. Płyty są poprawnie umieszczone, gdy ich otwory znajdują się w tej samej płaszczyźnie co otwory pudełka. Należy włączyć żarówkę. Wówczas, patrząc przez długą szparę można zaobserwować na przeciwległej ścianie pudełka światło ugięte na siatce dyfrakcyjnej płyty DVD, rys. 3b, co świadczy o ugięciu pierwszego rzędu. Światło to pada na znajdujące się tam cztery otwory.



Rys. 3. a) Właściwe umieszczenie płyty DVD oraz CD.

b) Widok wnętrza pudełka poprzez szeroką szczelinę. Światło ugięte dyfrakcyjnie na płycie DVD pada na cztery otwory w przeciwległej ścianie pudełka.

Wymiary pudełka dobrane są tak, że przez szczelinę zaobserwować można ugięcie zerowego rzędu (odbicie) oraz pierwszego rzędu na płycie optycznej CD. Schematycznie przedstawia to rysunek 4, gdzie promień odbity na płycie CD zaznaczony jest czerwoną strzałką, natomiast promień ugięty – czarną. Obserwacja ugięcia zerowego i pierwszego rzędu na płycie CD pozwala na wyznaczenie odpowiednio stosunku λ/d_{DVD} oraz λ/d_{CD} .

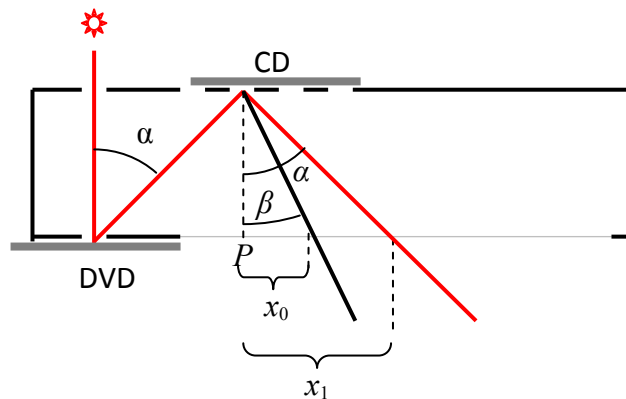


Rys. 4. Światło ugięte na płycie DVD pada na płytę CD poprzez jeden z otworów w pudełku. Poprzez szczelinę zaobserwować można ugięcie zerowego rzędu (odbicie) na płycie CD – czerwona strzałka oraz ugięcie pierwszego rzędu – strzałka czarna.

Światło zostaje ugięte na płycie DVD pod kątem α . Jest to ugięcie pierwszego rzędu, zatem zgodnie ze wzorem (4) mamy

$$\sin \alpha = \frac{\lambda}{d_{\text{DVD}}} \quad (5)$$

Światło ugięte pada następnie na płytę CD poprzez cztery otwory na przeciwległej ścianie pudełka rys.6. W każdym z czterech otworów zachodzi wtórna dyfrakcja. Wymiary układu doświadczalnego dobrane są tak, że przez szparę zaobserwować można ugięcie: zerowego rzędu (odbicie) oraz pierwszego rzędu na siatce dyfrakcyjnej CD.



Rys. 5. Światło ugięte na płycie DVD pada na płytę CD przez jeden z otworów w pudełku. Poprzez szczelinę zaobserwować można ugięcie zerowego rzędu (odbicie) na płycie CD – czerwona strzałka oraz ugięcie pierwszego rzędu – strzałka czarna.

Obserwacja światła odbitego pozwala wyznaczyć (poprzez postawienie długopisem kreski przy krawędzi szpary) odległość x_1 . Obserwacja światła ugiętego pozwala wyznaczyć odległość x_0 , rys. 5. Odległości należy mierzyć od punktu P oznaczonego na rys. 5. Punkt ten można wyznaczyć poprzez pomiar linijką odległości otworu na którym zachodzi ugięcie od krawędzi pudełka. Równie precyzyjną metodą jest obserwacja (poprzez długą szparę) odbicia źrenicy oka i postawienie kreski przy krawędzi szpary. Pozwala to na wyznaczenie punktu P z dokładności 1mm. Mierząc odcinki x_0 , x_1 oraz grubość pudełka L , należy skorzystać ze wzorów opisujących ugięcie światła na dyfrakcyjnej siatce odbiciowej CD.

Dla odbicia zgodnie ze wzorami (3,5) zachodzi

$$\sin \beta = \sin \alpha = \frac{\lambda}{d_{\text{DVD}}} \quad (6)$$

Dla ugięcia

$$\sin \alpha - \sin \beta = \frac{\lambda}{d_{\text{CD}}} \quad (7)$$

gdzie $\frac{x_0}{\sqrt{x_0^2 + L^2}} = \sin \beta$ oraz $\frac{x_1}{\sqrt{x_1^2 + L^2}} = \sin \alpha$ wyznaczone są eksperymentalnie.

Z równań (6) i (7) wynika, że

$$1 - \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{d_{\text{DVD}}}{d_{\text{CD}}}, \quad (8)$$

co pozwala wyznaczyć eksperymentalnie stosunek $d_{\text{DVD}}/d_{\text{CD}}$. Procedurę wyznaczenia $d_{\text{DVD}}/d_{\text{CD}}$ należy przeprowadzić dla każdego z czterech otworów pudełka. W tabeli 1 zesta-

wione są trzy serie pomiarów, każda wykonana dla innego ustawienia żarówki względem pudełka.

Tabela 1. Wyniki trzech serii pomiarowych, dla trzech różnych ustawień żarówki.

Nr. otworu	x_0 , cm	x_1 , cm	$\sin \alpha$	$\sin \beta$
1	$3,8 \pm 0,4$	$9 \pm 0,4$	$0,66 \pm 0,02$	$0,35 \pm 0,03$
2	$4,3 \pm 0,4$	$11,3 \pm 0,3$	$0,74 \pm 0,01$	$0,39 \pm 0,03$
3	$4,8 \pm 0,3$	$13,5 \pm 0,5$	$0,80 \pm 0,01$	$0,42 \pm 0,02$
4	$5,1 \pm 0,4$	$15,6 \pm 0,5$	$0,835 \pm 0,010$	$0,44 \pm 0,03$

Nr. otworu	x_0 , cm	x_1 , cm	$\sin \alpha$	$\sin \beta$
1	$3,8 \pm 0,5$	$9,6 \pm 0,6$	$0,68 \pm 0,02$	$0,35 \pm 0,04$
2	$4,2 \pm 0,7$	$11,9 \pm 0,6$	$0,76 \pm 0,02$	$0,38 \pm 0,02$
3	$4,3 \pm 0,3$	$13,2 \pm 0,5$	$0,79 \pm 0,01$	$0,39 \pm 0,02$
4	$4,8 \pm 0,4$	$15,4 \pm 0,4$	$0,83 \pm 0,01$	$0,43 \pm 0,02$

Nr. otworu	x_0 , cm	x_1 , cm	$\sin \alpha$	$\sin \beta$
1	$4,1 \pm 0,3$	$9,7 \pm 0,6$	$0,69 \pm 0,02$	$0,37 \pm 0,02$
2	$4,6 \pm 0,4$	$11,3 \pm 0,5$	$0,74 \pm 0,01$	$0,41 \pm 0,03$
3	$5 \pm 0,4$	$13,4 \pm 0,5$	$0,79 \pm 0,01$	$0,44 \pm 0,03$
4	$5,4 \pm 0,4$	$15,3 \pm 0,5$	$0,83 \pm 0,01$	$0,46 \pm 0,03$

Wylimowanie błędów systematycznych, związanych z niedokładnym ustawieniem źródła światła względem pudełka można wykonać przekształcając równanie (8) do postaci

$$\sin \beta = \left(1 - \frac{d_{\text{DVD}}}{d_{\text{CD}}}\right) \sin \alpha. \quad (9)$$

Zależność $\sin \beta(\sin \alpha)$ jest liniowa o współczynniku kierunkowym $(1 - d_{\text{DVD}}/d_{\text{CD}})$, który odczytać można graficznie. Błąd systematyczny pojawić może się wówczas, gdy źródło światła zostanie umieszczone niewłaściwie względem pudełka. Kąt γ padania światła na płytę DVD (liczony względem normalnej do powierzchni płyty) może być wówczas różny od zera a równanie (9) przyjmuje postać

$$\sin \beta = \left(1 - \frac{d_{\text{DVD}}}{d_{\text{CD}}}\right) \sin \alpha + \frac{d_{\text{DVD}}}{d_{\text{CD}}} \sin \gamma. \quad (10)$$

Zależność między sinusami kątów α i β jest nadal liniowa o tym samym współczynniku kierunkowym a jedyną różnicą jest przesunięcie linii. Na rys.6 przedstawiona jest zależność $\sin \beta(\sin \alpha)$ dla trzech serii pomiarowych zawartych w tabeli 1 wraz z graficznym dopasowaniem linii prostych.

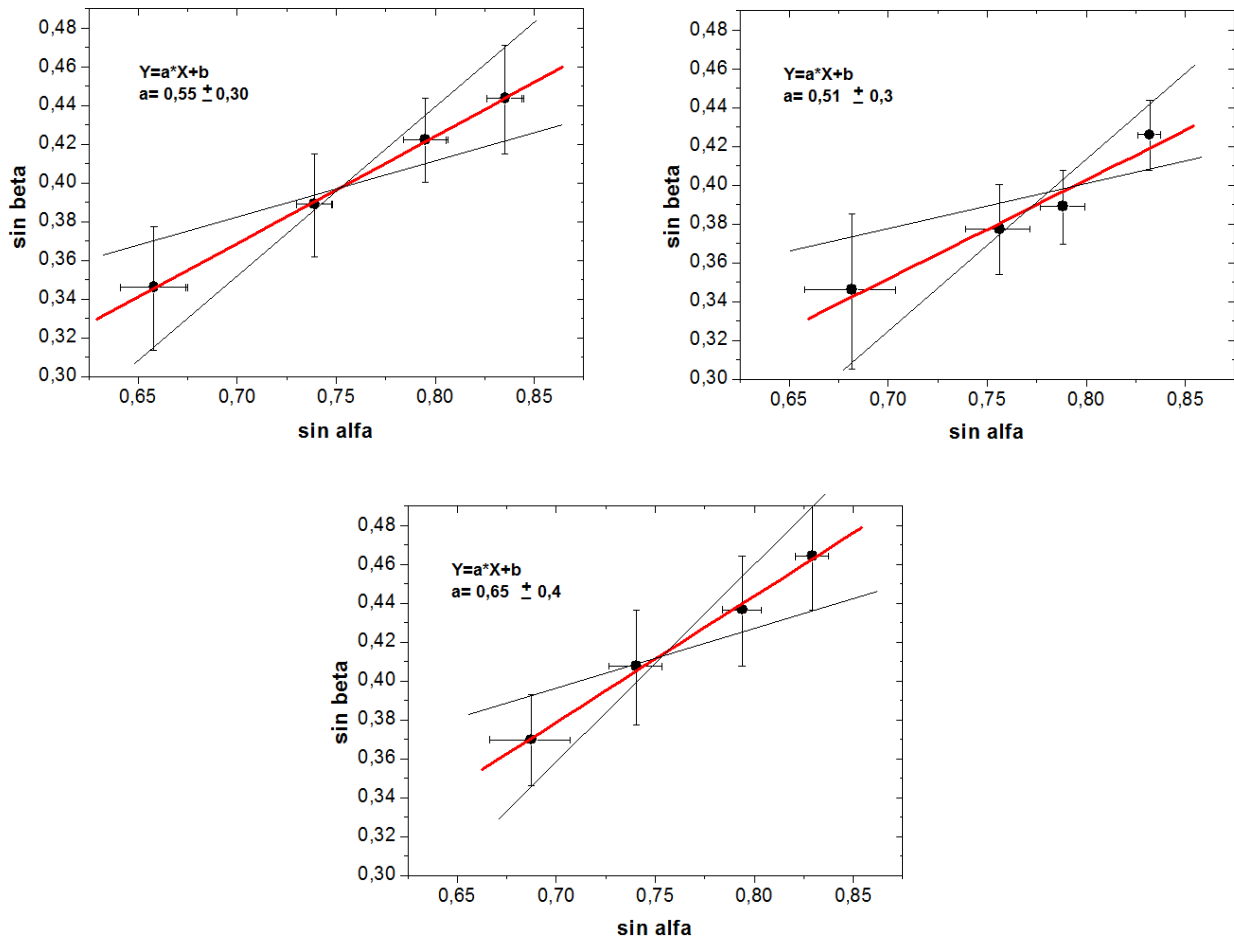
Odczytanie współczynnika kierunkowego z trzech pomiarów daje w wyniku

$$\frac{d_{\text{DVD}}}{d_{\text{CD}}} = 0,45 \pm 0,30; \quad 0,5 \pm 0,3; \quad 0,35 \pm 0,40.$$

Obliczenie średniej ważonej prowadzi do ostatecznego wyniku

$$\frac{d_{\text{DVD}}}{d_{\text{CD}}} = 0,45 \pm 0,2.$$

Największy wkład do niepewności ostatecznego wyniku mają skończone rozmiary otworów pudełka. Rzutuje to na niepewności wyznaczenia wartości sinusów.



Rys. 6. Wykres zależności $\sin \beta$ ($\sin \alpha$) dla trzech serii pomiarowych wraz z graficznym dopasowaniem funkcji liniowych. Maksymalna niepewność współczynnika kierunkowego pokazana jest za pomocą czarnych linii.

Proponowana punktacja

- | | |
|---|-----------|
| 1. Pomysł pomiaru | do 5 pkt. |
| 2. Opis teoretyczny (wzory 1 – 4 na odbicie dyfrakcyjne) | do 3pkt. |
| 3. Wzór końcowy (wzór 8 lub równoważny) pozwalający na analizę pomiaru | do 2pkt. |
| 4. Zestawienie układu | do 2 pkt. |
| 5. Wykonanie pomiaru | do 4 pkt. |
| 6. Opracowanie danych (wykresy, odczyt współczynników kierunkowych) | do 2 pkt. |
| 7. Oszacowanie niepewności (likwidacja błędu systematycznego, średnia ważona) | do 2 pkt. |

Wskazówki dla organizatorów

Celem przeprowadzenia zadania każdy uczestnik musi mieć do dyspozycji:

- zasilacz 12 V o mocy co najmniej 10 W.
- żarówka 12 V, 10 W
- gniazdo żarówki MR16
- kable przyłączeniowe do zasilacza o długości co najmniej 60 cm.
- statyw umożliwiający mocowanie gniazda żarówki na wysokości 15 – 25 cm za pomocą uchwytu
- płytę CD
- płytę DVD
- linijkę o długości 30 cm
- arkusz papieru milimetrowego
- pudełko tekturowe Esselte 128201 z wykonanymi otworami.
- 6 odcinków pakowej taśmy samoprzylepnej nieprzezroczystej o długości 20 cm każdy.

Aby przygotować pudełko tekturowe dla uczestnika, należy wyciąć w nim otwory według wzoru pokazanego na rys. 7. W miejscu sześciu kwadratów o krawędzi 1 cm należy wyciąć sześć okrągłych otworów o średnicy 1cm przy użyciu otwornicy. Długą szparę o szerokości 1cm należy wyciąć przy pomocy nożyka.

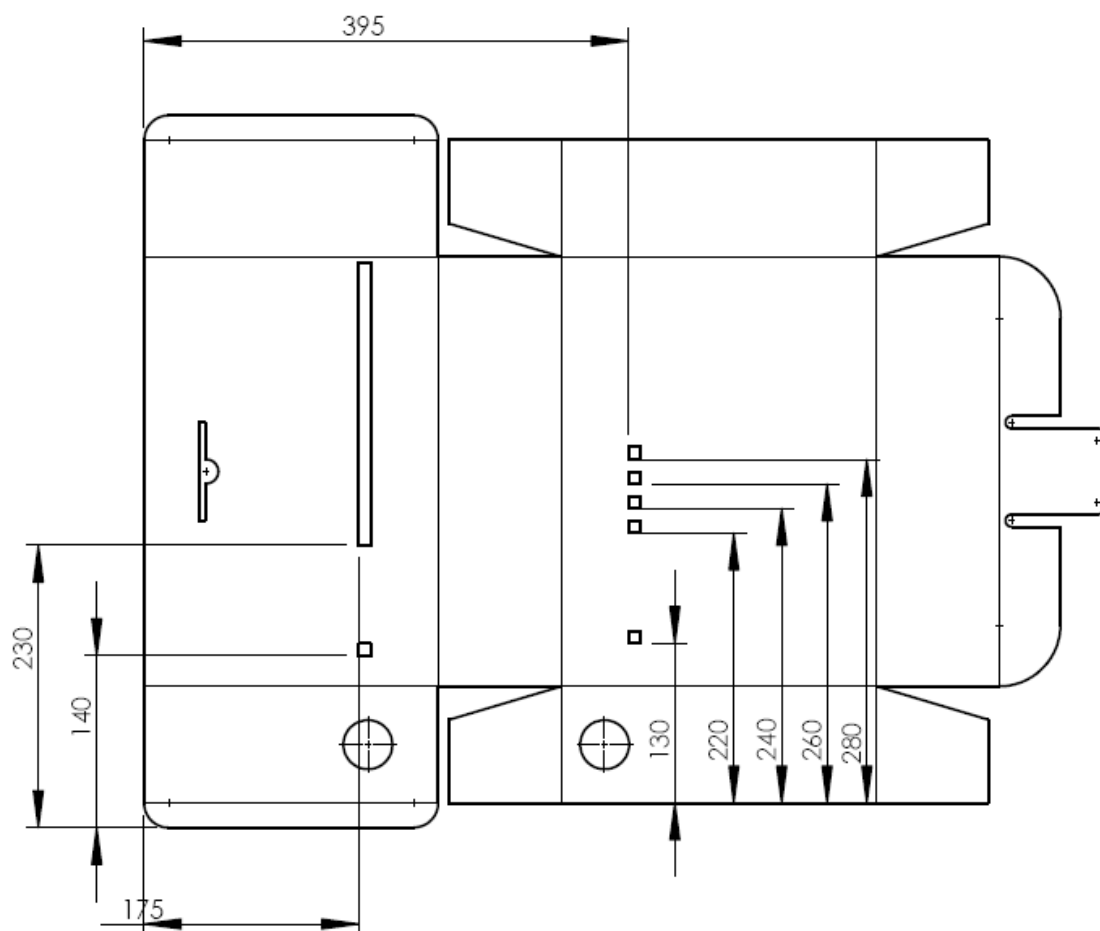
Uwaga: okrągłe otwory należy wybijać otwornicą od wewnętrznej (nie zadrukowanej) strony pudełka. Wówczas ewentualne nierówności krawędzi otworów, w postaci drobnych strzępków tektury, powstawać mogą po zewnętrznej stronie (zadrukowanej) co umożliwi ich usunięcie. Niedokładność wykonania otworów nie powinna przekraczać 2 mm.

Pudełko należy złożyć wg znajdującej się na nim instrukcji.

Dwa kable o długości 15 cm każdy, wychodzące z gniazda żarówki MR16, należy połączyć z kablami przyłączeniowymi zasilacza (który powinien być wyłączony). Następnie należy włożyć do gniazda żarówkę.

Uwaga: nie należy dotykać bańki żarówki, gdyż grozi to jej uszkodzeniem.

Napięcie wyjściowe zasilacza należy ustawić na 12 V. Podłączoną żarówkę (wraz z pozostałymi akcesoriami) należy pozostawić uczestnikowi na stole, tak aby mógł samodzielnie zamontować ją na statywie.



Rys. 7. Siatka pudełka tekturowego Esselte 128201 wraz z rozmieszczeniem otworów.
Wymiary podano w milimetrach.