

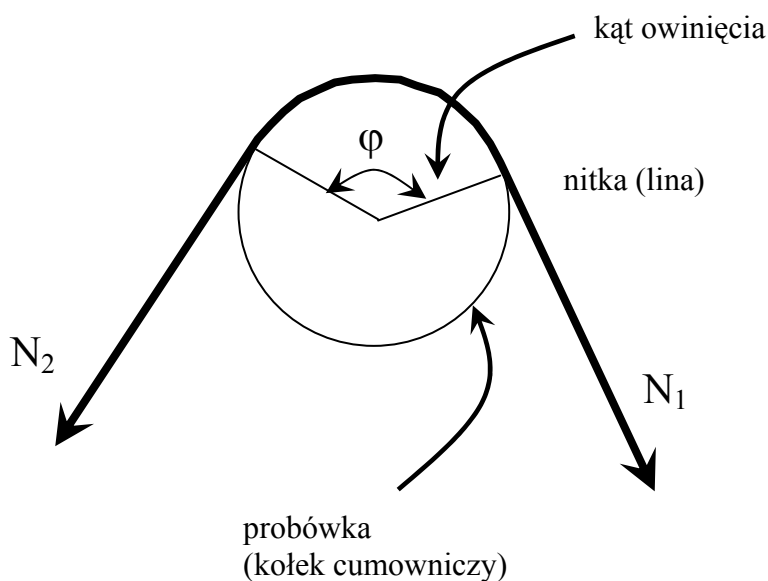
Zadanie D3

Tarcie nitki o probówkę

Statki cumuje się do nadbrzeża owijając linę wokół kołka cumowniczego. Jako model tego zjawiska rozważamy nitkę owiniętą wokół probówki (patrz rysunek). Zdefiniujmy parametr

$\gamma = \frac{N_2}{N_1}$, gdzie N_2, N_1 , oznaczają naprężenia na dwóch końcach nitki.

Niech Γ oznacza maksymalną wartość parametru γ , przy którym nitka nie ślizga się po probówce.



Mając do dyspozycji

- 3 jednakowe probówki;
- 3 statywy z uchwytami;
- linijkę;
- nitkę;
- 50 spinaczy biurowych,

wyznacz zależność parametru Γ od kąta nawinięcia nitki. Sprawdź czy zależność tę można opisać równaniem $\Gamma(\varphi) = e^{\mu\varphi}$, gdzie μ - pewna stała.

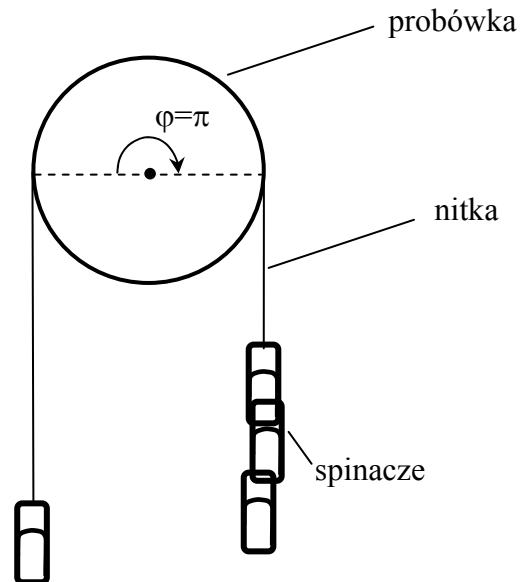
Wskazówki

- 1) Możesz wykorzystać nawijanie nitki na więcej niż jedną probówkę. Całkowity kąt nawinięcia jest wówczas równy sumie kątów nawinięcia na poszczególne probówki.
- 2) Zadbaj o czystość nitki i probówek.

Rozwiązanie

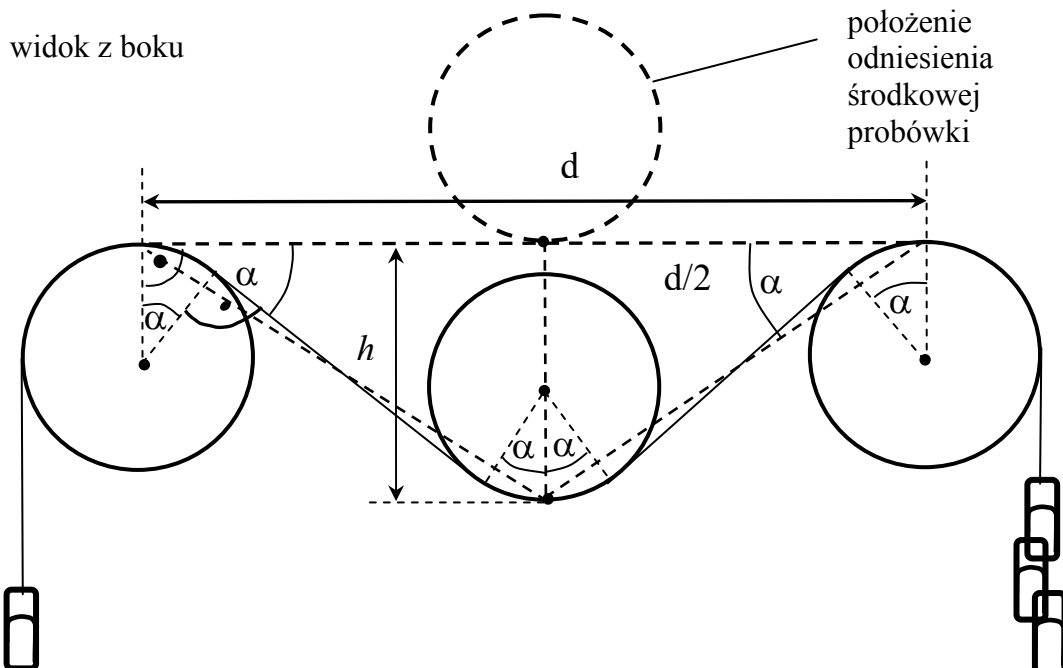
Z treści zadania wynika, że należy badać siłę tarcia dla różnych kątów owinięcia próbki. Najprostszy układ doświadczalny, w którym można wykonać takie pomiary przedstawiono schematycznie na rys. 1. Naprężenie nitki (a więc i tarcie) można zmieniać zawieszając na jej końcach spinacze biurowe.

widok z boku



Rys. 1

W praktyce okazuje się, że już dla dwóch i pół owinięcia siła tarcia utrzymuje wszystkie dostępne spinacze. Żeby uzyskać więcej punktów pomiarowych można zbudować układ złożony z trzech próbek, np. taki jak przedstawiony na Rys. 2.



Rys. 2

Dwie z próbek umieszczono poziomo na tej samej wysokości. Po przewieszeniu nitki przez próbki, po środku między nimi umieszczono, na pewnej wysokości, (również poziomo) trzecią próbkę. Zmieniając wysokość środkowej próbki można zmieniać sumaryczny kąt owinięcia próbek. Zawieszając spinacze na jednym z końców nitki można w tym układzie znaleźć warunki, w których nitka zacznie się ślizgać po próbkach. Mierząc odległość h o jaką środkowa próbka obniża się w stosunku do położenia, w którym styka się z nitką (położenie odniesienia zaznaczone na rys. 2) oraz odległość d pomiędzy skrajnymi próbkami można wyznaczyć sumaryczny kąt owinięcia

$$\varphi = \pi + 4\alpha \quad (1)$$

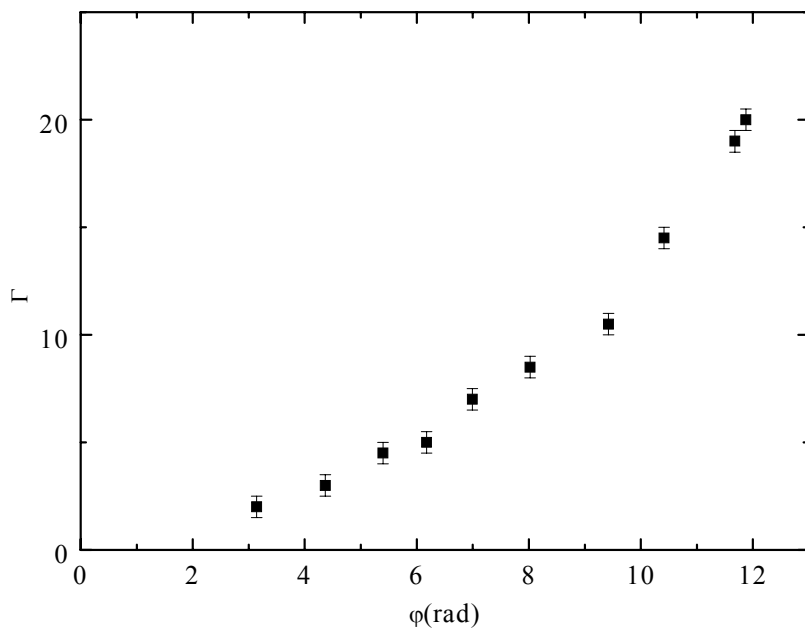
gdzie 4α - kąt o jaki zwiększa się sumaryczne owinięcie. Z rozważań geometrycznych wynika, że w rozważanym układzie doświadczalnym, gdy promień próbki $\ll d$ zachodzi związek

$$\operatorname{tg}(\alpha) = \frac{h}{2d} \quad (2)$$

Przykładowe wyniki uzyskane przez recenzenta przy użyciu próbek o średnicy 1,5 cm zebrano w tabeli 1. Odległość między zewnętrznymi próbkami wynosiła 28,5 cm. Jeden z końców nitki obciążony był $N_1=2$ spinaczami. Stosunek liczby spinaczy na obu końcach nitki, przy którym nitka zaczyna się przesuwac po próbkach wyznacza maksymalną wartość parametru γ , przy którym nitka nie ślizga się po próbce, czyli parametr Γ . Pomiar wykonano w dwóch konfiguracjach: startując z początkowego kąta owinięcia równego π oraz przy początkowym kącie owinięcia równym 3π (jedna z próbek owinięta dodatkowym zwojem nitki). W ten sposób udało się rozszerzyć badany zakres sił tarcia.

Lp.	h (cm)	φ (rad)	Liczba spinaczy (drugi koniec nitki)	Γ
1.	0	π	4	2
2.	4,5	4,36	6	3
3.	9,0	5,39	9	4.5
4.	13,5	6,18	10	5
5.	20,5	6,99	14	7
6.	39,0	8,02	17	8.5
po nawinięciu dodatkowego zwoju na jedną z próbek				
7.	0	3π	21	11.5
8.	3,6	10,41	28	14
9.	9,0	11,68	38	19
10.	10,0	11,87	40	20

Na podstawie uzyskanych wyników sporządzono wykres (rys. 3) prezentujący zależność maksymalnego stosunku sił naciągu obu końców nitki $\Gamma=N_2/N_1$ od kąta owinięcia φ . Ponieważ siłę potrzebną do poruszenia nitki wyznaczono z dokładnością do ciężaru jednego spinacza to jako niepewność wartości Γ przyjęto 0,5.

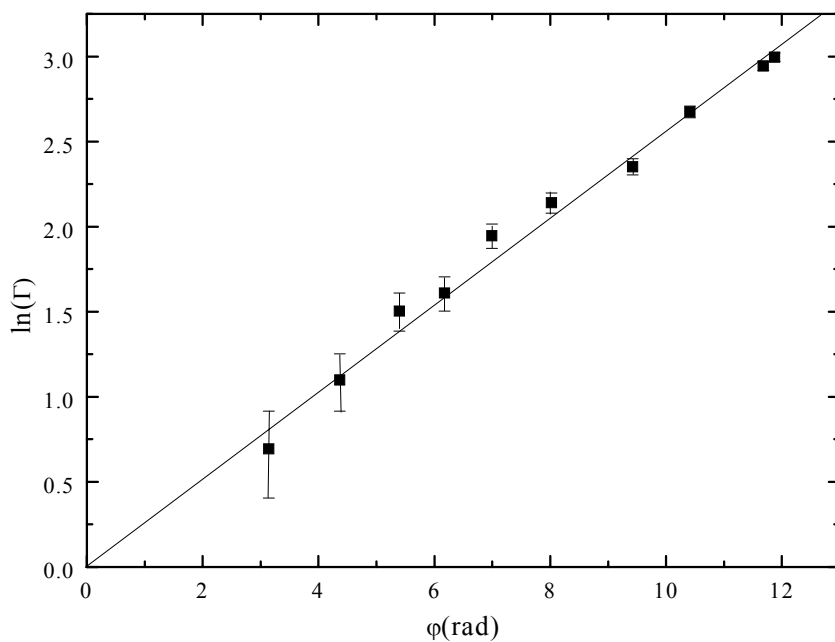


Rys. 3

Z wykresu przedstawionego na rys. 3 wynika, że parametr Γ rośnie wraz ze wzrostem kąta owinięcia. Żeby sprawdzić, czy wzrost ten można opisać zależnością wykładniczą wygodnie jest zlogarytmować obie strony wzoru podanego w treści zadania. Otrzymamy wtedy zależność liniową, której wykres powinien przechodzić przez początek układu współrzędnych:

$$\ln \Gamma(\varphi) = \mu \varphi \quad (3)$$

Po odpowiednim przeliczeniu danych pomiarowych sporządzono wykres przedstawiony na rys. 4.



Rys. 4

Z wykresu przedstawionego na rys. 4 wynika, że z dokładnością do niepewności pomiarowych, punkty eksperymentalne układają się na prostej przechodzącej przez początek układu współrzędnych. Potwierdza to prawdziwość hipotezy, że zależność parametru Γ od kąta owinięcia można opisać równaniem $\Gamma(\varphi) = e^{\mu\varphi}$.

Na podstawie dopasowania można wyznaczyć wartość współczynnika tarcia nitki o szkło, która wynosi $\mu = 0,25 \pm 0,02$. Nie było to jednak przedmiotem zadania.

Proponowana punktacja

1. Pomysł przeprowadzenia doświadczenia pozwalającego wyznaczyć zależność parametru Γ od kątów owinięcia: układ pozwalający wyznaczyć zależność Γ od kątów owinięcia będących nieparzystą wielokrotnością π (np. układ z jedną próbówką) - do 2 pkt. gdy układ umożliwia badanie siły tarcia dla kątów owinięcia różniących się od $\pi, 3\pi, \dots$ itd. – dodatkowo do 5 pkt.)
w sumie do 7 pkt.
3. Wyprowadzenie związku pomiędzy wzajemnym położeniem probówek i kątem owinięcia (równoważny wzorowi 2) do 3pkt.
4. Wykonanie pomiarów umożliwiających wykreślenie zależności parametru Γ od kąta owinięcia (2 pkt. za wyznaczenie parametru Γ dla dwóch kątów, po jednym punkcie za każdy dodatkowy pomiar, maksymalnie 3 pkt. dodatkowo) do 5 pkt.
5. Wykonanie wykresu lub równoważna analiza umożliwiająca sprawdzenie hipotezy postawionej w treści zadania: wykonanie wykresu w skali logarytmicznej 3 pkt. (za skalę logarytmiczną 1 pkt., dodatkowo 1 pkt. gdy na wykresie umieszczone są tylko dwa punkty pomiarowe, do 2 pkt. za umieszczenie na wykresie większej liczby punktów pomiarowych), ocena niepewności pomiarowych 1 pkt., poprawny wniosek końcowy, zgodny z uzyskanymi rezultatami doświadczenia 1 pkt.) do 5 pkt.