

## Zadanie D2

### Gwizdząca butelka

Masz do dyspozycji:

- plastikową butelkę o pojemności 1,5-2 l z szyjką o walcowym kształcie i długości ok. 3 cm,
- naczynie o znanej pojemności, znacznie mniejszej niż pojemność butelki,
- komputer z kartą dźwiękową, mikrofonem i oprogramowaniem umożliwiającym wykorzystanie komputera jako oscyloskopu z pamięcią,
- wodę.

Dmuchając nad otworem butelki można sprawić, że z butelki zacznie wydobywać się dźwięk.

- 1) Wypełniając butelkę wodą, wyznacz zależność częstotliwości tego dźwięku od objętości powietrza zawartego w butelce. Wykonując pomiary zawsze próbuj wydobyć z butelki dźwięk o możliwie najniższej częstotliwości. Wykonaj wykres tej zależności dla możliwie szerokiego zakresu objętości.
- 2) Zbadaj czy uzyskaną doświadczalną zależność można przedstawić w postaci potęgowej:

$$f = f_0 \left( \frac{V}{V_0} \right)^\alpha,$$

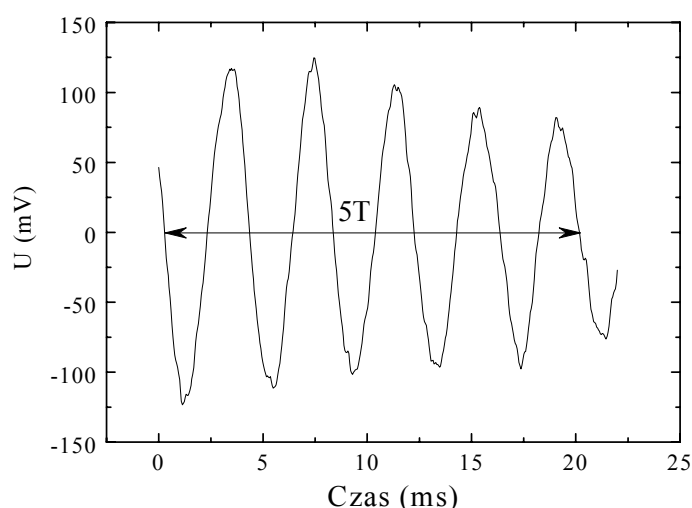
gdzie  $f_0$ ,  $V_0$ ,  $\alpha$  - pewne stałe.

Uwaga:

Do pomiarów możesz wykorzystać program winscope.exe dostępny na stronie Olimpiady Fizycznej: <http://www.kgof.edu.pl/> lub wykorzystać program Oscyloskop dostępny na płycie CD dołączonej do podręcznika J. Blinowski, W. Zielicz, „Fizyka z astronomią. Kształcenie w zakresie rozszerzonym”, tom. I, WSiP, Warszawa 2002 (i 2003, II wydanie).

## Rozwiązanie

Idea rozwiązania zadania nie jest skomplikowana. Po wypełnieniu butelki wodą należy odlewać z niej kolejne porcje wody i dmuchając ponad otworem butelki rejestrować emitowany dźwięk. Do odmierzenia wody należy wybrać naczynie o pojemności znacznie mniejszej niż pojemność butelki. Należy się spodziewać, że im więcej punktów pomiarowych będziemy mieć do dyspozycji tym lepiej będzie można zweryfikować hipotezę postawioną w drugiej części zadania. Trzeba jednak wziąć również pod uwagę to, że wybierając zbyt małe naczynie zwiększamy niepewność wyznaczania objętości powietrza zawartego w butelce. W doświadczeniu wykonanym przez recenzenta używane było naczynie o pojemności  $V_0=0.175$  l i butelka o pojemności 2 l. Rejestrację sygnałów akustycznych można przeprowadzić używając mikrofonu podłączonego do karty dźwiękowej komputera. Wykorzystując odpowiedni program komputerowy (np. program Oscyloskop) można zapisać uzyskane dane pomiarowe w plikach i analizować je przy użyciu innych programów. Typowa zależność napięcia  $U$  odpowiadająca sygnałowi dźwiękowemu, zarejestrowanemu po odlaniu z butelki dwóch porcji wody ( $2V_0=0,35$  l) przedstawiona jest na rys. 1.

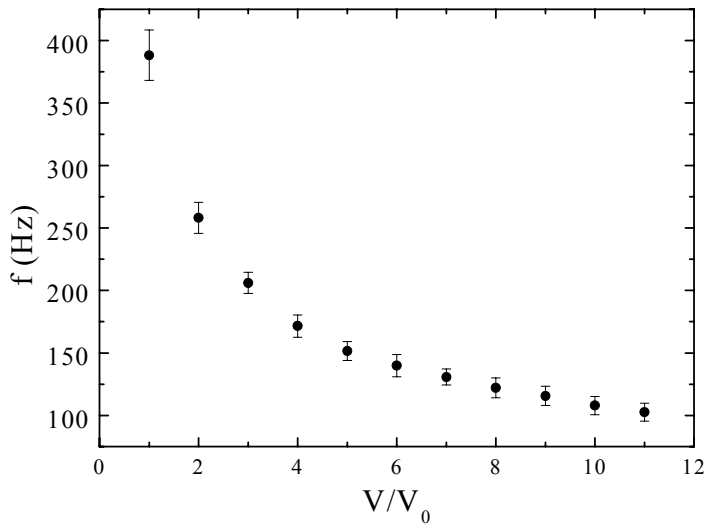


Rys. 1

Pomimo tego, że amplituda sygnału zmniejsza się z upływem czasu, można wyznaczyć przedział czasu odpowiadający np. pięciokrotnej wielokrotności okresu drgań  $T$ . Dzięki pomiarowi czasu trwania kilku okresów drgań można zwiększyć dokładność wyznaczenia częstotliwości dźwięku emitowanego przez butelkę  $f = 1/T$ . Na rys. 2 przedstawiono zależność częstotliwości drgań od objętości powietrza w butelce wyznaczoną na podstawie 3-4 kolejnych rejestracji dźwięku dla danego wypełnienia butelki. Niepewność wyniku pomiarowego oszacowano biorąc pod uwagę rozrzut statystyczny kolejno wyznaczonych częstotliwości drgań. Z wykresu przedstawionego na rys. 2 wynika, że częstotliwość emitowanego dźwięku maleje wraz ze wzrostem objętości powietrza w butelce. Żeby sprawdzić, czy zmiany częstotliwości można opisać zależnością potęgową, wygodnie jest skorzystać z własności funkcji logarymicznej. Logarytmując obie strony wzoru podanego w treści zadania dostajemy zależność liniową:

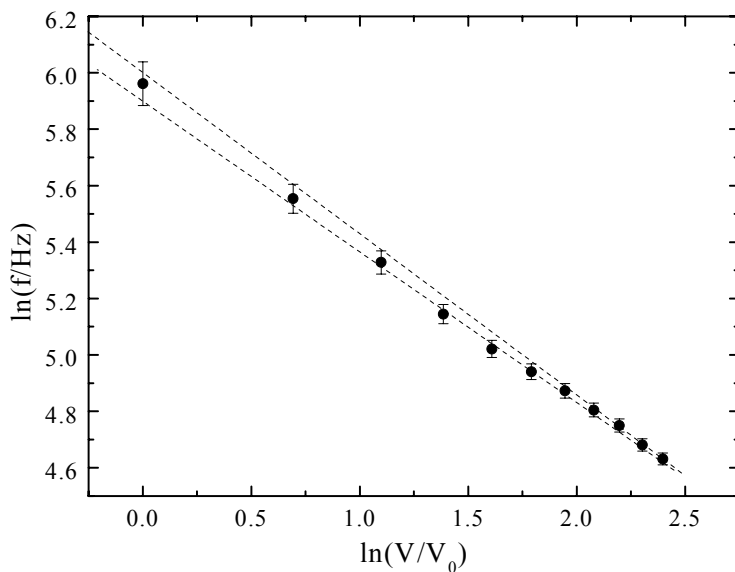
$$\ln f = \alpha \ln \left( \frac{V}{V_0} \right) + \ln f_0, \quad (1)$$

Jeśli więc zależność częstotliwości drgań od objętości zawartego w butelce powietrza można opisać funkcją potęgową, to w skali podwójnie logarytmicznej punkty doświadczalne powinny układać się na prostej o nachyleniu  $\alpha$ .



rys. 2

Po odpowiednim przeliczeniu danych doświadczalnych sporządzono wykres przedstawiony na rys. 3.



Rys. 3

Wynika z niego, że w ramach dokładności pomiarowej punkty doświadczalne układają się na prostej, co oznacza, że uzyskaną doświadczalne zależność częstotliwości od objętości powietrza w butelce można przedstawić w postaci potęgowej. Z dopasowania prostej otrzymujemy wartość parametru  $\alpha = (-0,54 \pm 0,01)$ . Oznacza to, że częstotliwość dźwięku jest w przybliżeniu odwrotnie proporcjonalna do pierwiastka z objętości powietrza w butelce. Taką zależność można przewidzieć rozważając mechanizm powstawania drgań powietrza w butelce (patrz dodatek).

## Proponowana punktacja

- 1) Pomysł wykonania doświadczenia do 1 pkt.
- 2) Wykonanie pomiarów częstotliwości dźwięku emitowanego przez butelkę do 6 pkt.  
(w zależności od liczby punktów pomiarowych oraz zakresu objętości, 1 pkt. dla 2 punktów pomiarowych, po jednym punkcie za każdy następny aż do 5 punktów, 1 punkt za zakres stosunku objętości powyżej 7)
- 3) Wyznaczenie niepewności pomiarowych częstotliwości do 1 pkt.
- 4) Wykonanie wykresu zależności częstotliwości drgań od objętości do 2 pkt.  
(zakres objętości, zaznaczenie niepewności pomiarowej)
- 5) Sprawdzenie hipotezy postawionej w treści zadania do 8 pkt.  
(sprowadzenie zależności potęgowej do zależności liniowej – do 2pkt, wykonanie wykresu w skali logarytmicznej – do 3 pkt., dopasowanie prostej uwzględniające niepewności pomiarowe do 3 pkt. lub równoważna analiza umożliwiająca sprawdzenie hipotezy)
- 8) Jeśli z uzyskanych pomiarów wynika poprawny wniosek końcowy do 2 pkt.

### Dodatek

Rozważamy ruch powietrza w szyjce o długości  $l$  pod wpływem zmian ciśnienia w środku butelki. Przyjmijmy, że objętość  $V$  butelki jest znacznie większa od objętości szyjki. Jeśli powietrze w szyjce potraktujemy jako coś w rodzaju sztywnego korka, to po przesunięciu go o  $x$  ciśnienie w środku butelki wyniesie dla procesu adiabatycznego:

$$\Delta p = -\frac{\kappa p}{V} \Delta V = -\frac{\kappa p}{V} Sx$$

Na powietrze w szyjce zacznie działać siła zwrotna:

$$F_x = \Delta p S = -\frac{\kappa p}{V} S^2 x$$

Równanie ruchu powietrza w szyjce butelki można napisać w postaci

$$\rho l S \frac{d^2 x}{dt^2} = -\frac{\kappa p}{V} S^2 x$$

Jest to równanie oscylatora harmonicznego o częstotliwości:

$$\omega^2 = \frac{\kappa p}{\rho} \frac{S}{V l} = u^2 \frac{S}{V l}$$

Z tych uproszczonych rozważań wynika, że częstotliwość drgań powietrza powinna zmieniać się odwrotnie proporcjonalnie do pierwiastka z jego objętości.

Badana butelka miała objętość 2l, szyjka miała średnicę 2.1 cm i długość 3 cm. Odpowiada to okresowi drgań ok. 8 ms. Wynik ten jest w bardzo dobrej zgodności z wynikiem doświadczenia.

