

**LVII OLIMPIADA FIZYCZNA (2007/2008). Stopień I, zadanie doświadczalne – D3**

---

<b>Źródło:</b>	Andrzej Wysmołek – plik; Komitet Główny Olimpiady Fizycznej.
<b>Autor:</b>	Andrzej Wysmołek – Komitet Główny Olimpiady Fizycznej;
<b>Nazwa zadania:</b>	Spadający balonik
<b>Działy:</b>	Mechanika
<b>Słowa kluczowe:</b>	ruch, przyspieszenie, prędkość, oprogramowanie, komputer, kamera, film, gęstość, powietrze, opór

---

**Zadanie doświadczalne – D3, zawody I stopnia, część 2, LVII OF.**

Masz do dyspozycji:

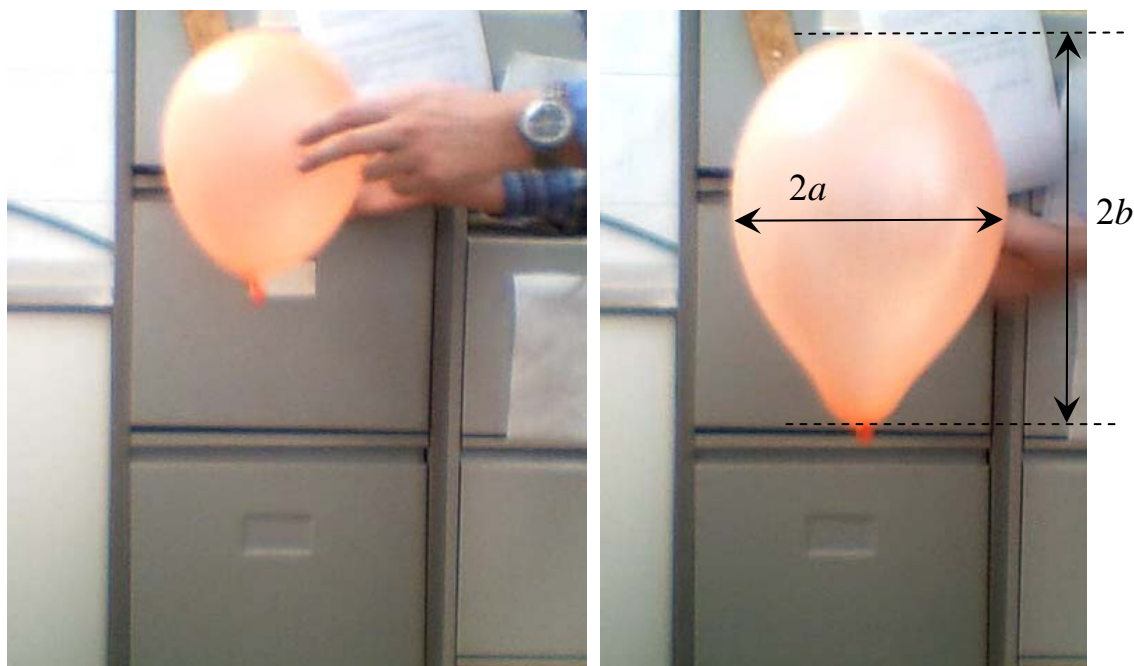
- balonik,
  - urządzenie umożliwiające nagranie filmu o znanej liczbie klatek na sekundę (np. aparat cyfrowy, kamerę internetową itp.),
  - komputer z oprogramowaniem umożliwiającym oglądanie pojedynczych klatek nagrzanego filmu,
  - linijkę, taśmę mierniczą.
- 1) Zbadaj ruch balonika spadającego z prędkością początkową równą zero. Wyznacz przyspieszenie balonika w początkowej fazie jego ruchu. Pomiary wykonaj dla kilku różnych stopni nadmuchania balonika (możesz też użyć kilku baloników o zbliżonych parametrach).
  - 2) Porównaj uzyskane wartości przyspieszenia balonika z przyspieszeniem ziemskim. Wymień czynniki, które wpływają na wartość tego przyspieszenia i przedyskutuj ich znaczenie.

Do doświadczenia użyj balonika o kształcie możliwie zbliżonym do kulistego. Przed nadmuchianiem balonika wyznacz jego masę przy użyciu wagi laboratoryjnej. Masę balonika (baloników) oraz jego (ich) wymiary po nadmuchianiu podaj w rozwiązaniu zadania. Potrzebne do dyskusji dane znajdź w tablicach.

**Rozwiązanie**

Przyspieszenia balonika w początkowej fazie ruchu można wyznaczyć filmując spadający balonik przy użyciu aparatu cyfrowego, kamery internetowej lub innego urządzenia służącego do rejestracji ruchomych obrazów (rys. 1). Mając dostęp do odpowiedniego programu komputerowego można zapisać poszczególne klatki filmu i następnie analizować je używając standardowych programów graficznych (takich jak np. „Point” dostępny w środowisku Windows). Każdej klatce filmu można przypisać przesunięcie balonika względem jego położenia początkowego (np. w pikselach) i następnie przeliczyć je na rzeczywistą pozycję balonika. Współczynnik skalowania można znaleźć porównując odległość w pikselach na obrazie z rzeczywistą odległością, którą można zmierzyć linijką lub taśmą mierniczą. Znając odstępy czasu pomiędzy poszczególnymi klatkami filmu można łatwo wykonać wykres zależności drogi przebytej przez balonik od czasu. W przedstawianym tu rozwiązaniu do podziału filmu na klatki został użyty program Windows Movie Maker.

Na rys. 1 przedstawiono początek ruchu baloników napompowanych w różnym stopniu.



Rys. 1

Zgodnie z sugestią w treści zadania wykonując doświadczenie można wykorzystać kilka balonów z tej samej serii lub zmieniać napompowanie jednego balonika. Oba sposoby dają jakościowo ten sam rezultat. Trudność pracy z jednym balonikiem wynika z tego, że „rozwiązywanie” wylotu przed kolejną zmianą napompowania często kończy się przebicciem gumy. Oznacza to konieczność powtórzenia pomiaru dla innego balonika. Z kolei używając różnych baloników należy wziąć pod uwagę wpływ różnic w ich masach na uzyskany wynik. W niniejszym rozwiązaniu przedstawione są wyniki pomiarów dla pięciu baloników. Ich masy zostały wyznaczone przed pomiarami przy użyciu wagi laboratoryjnej i wahały się w przedziale od 1,58 g do 1,64 g. Wymiary poszczególnych balonów (zdefiniowane np. tak jak na rys. 1) określono na podstawie ich rozmiarów na obrazie. Alternatywnie, można do tego celu użyć linijki lub taśmy mierniczej.

Tabela 1

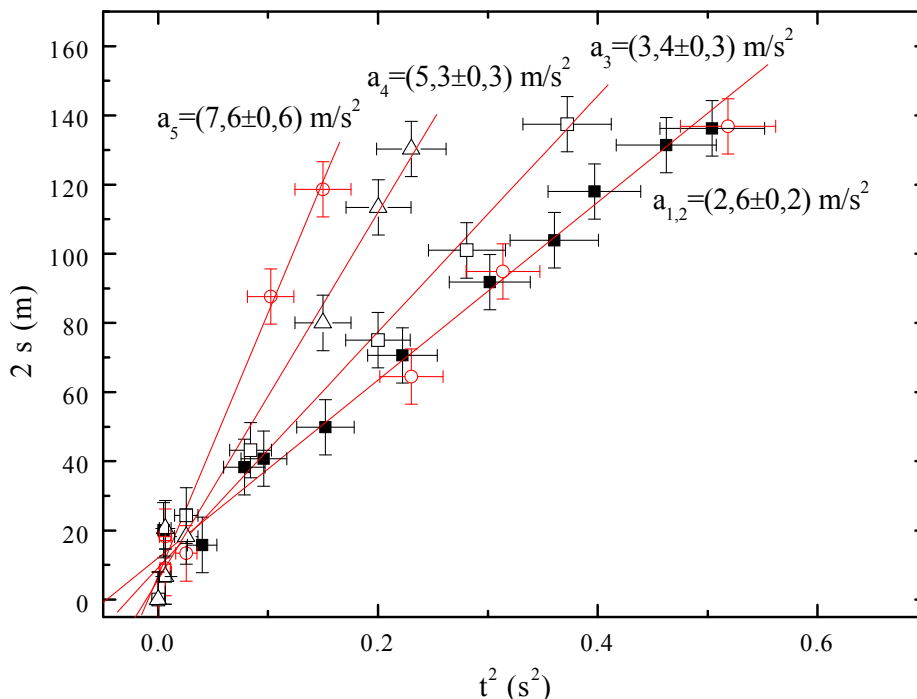
Lp.	$2a$ , cm	$2b$ , cm	$m_b$ , g
1	23	28	1,64
2	18	22	1,62
3	16	19	1,58
4	13	15	1,61
5	10	12	1,62

Celem zadania jest wyznaczenie przyspieszenia balonu w początkowej fazie jego swobodnego spadku. Należy się spodziewać, że w pewnym przedziale czasu, po puszczeniu nieruchomego balonu, droga  $s$  jaką on przebędzie będzie zmieniać się z czasem  $t$ , jaki upłynął od momentu rozpoczęcia ruchu, zgodnie z zależnością:

$$s = \frac{at^2}{2} \quad (1)$$

gdzie  $a$  – przyspieszenie balonika.

Żeby wyznaczyć przyspieszenie balonika wygodnie jest sporządzić wykres zależności podwojonej wartości drogi  $s$  jaką pokonał od kwadratu czasu  $t$  jaki upłynął od początkowej chwili ruchu. Następnie należy określić przedział czasu, w którym zależność ta jest liniowa i dopasować prostą. Nachylenie prostej równe jest przyspieszeniu balonika. Wyniki doświadczalne dla pięciu baloników przedstawiano na rys. 2. Wynika z nich, że w pierwszych 70 cm pokonanej drogi wszystkie balony poruszały się ruchem jednostajnie przyspieszonym.



Rys. 2

Dopasowując proste do zależności doświadczalnych uzyskano wartości przyspieszeń odpowiadające poszczególnym balonikom. Dwa balony o największym stopniu nadmuchania oznaczone numerami 1 oraz 2, poruszały się z tym samym przyspieszeniem wynoszącym  $a_1 = a_2 = (2,6 \pm 0,2) \text{ m/s}^2$ . Dla pozostałych balonów zauważyć można, że im mniejsze są ich rozmiary, tym większe są osiągane przez nie przyspieszenia. Wyniosły one odpowiednio  $a_3 = (3,4 \pm 0,3) \text{ m/s}^2$ ,  $a_4 = (5,3 \pm 0,3) \text{ m/s}^2$ ,  $a_5 = (7,6 \pm 0,3) \text{ m/s}^2$ .

Przystępując do analizy czynników wpływających na przyspieszenie balonu, warte zauważenia jest, że wszystkie baloniki poruszały się ruchem jednostajnie przyspieszonym. Oznacza to, że w badanym etapie ruchu można zaniedbać wpływ sił oporu zależnych od prędkości. Ich rola widoczna byłaby na rys. 2 jako odchylenie od liniowości. Skoro siły oporu można zaniedbać, to wypadkową siłę można wyrazić jako

$$F = m_b g + m_g g - \rho V g \quad (2)$$

gdzie,  $m_b$  – masa balonika przed napompowaniem,  $m_g$  – masa gazu w baloniku,  $\rho$  – gęstość powietrza,  $V$  – objętość balonika,  $g$  – przyspieszenie ziemskie. Ostatni człon prawej strony równania (2) oznacza siłę wyporu powietrza działającą na balonik.

Przyspieszenie  $a$  balonika zgodnie z II zasadą dynamiki spełnia równanie:

$$F = (m_b + m_g + m_d) a \quad (3)$$

gdzie poza masami balonika i gazu we wnętrzu uwzględniliśmy również masę  $m_d$  części ośrodka „ciągniętej” przez poruszający się balonik (tzw. masy dołączonej). W przypadku kuli poruszającej się z niewielką prędkością w ośrodku płynnym, masa dołączona odpowiada objętości ośrodka równej połowy objętości samej kuli.

Po przekształceniu równań (2) i (3) dostajemy

$$a = g \frac{m_b + m_g - \rho V}{m_b + m_g + m_d} \quad (4)$$

Zatem, wartość przyspieszenia  $a$  balonika zależy od

- a) siły wyporu działającej na balonik,
- b) masy gazu zawartego we wnętrzu balonika,
- c) masy balonika,
- d) masy dołączonej.

Ze wzoru (4) wynika, że dzięki sile wyporu, przyspieszenie balonika spadającego w powietrzu powinno być mniejsze niż przyspieszenie ziemskie. Spróbujmy teraz oszacować minimalną wartość przyspieszenia balonika.

Ponieważ ciśnienie powietrza w balonie jest większe niż na zewnątrz (dodatkowe ciśnienie we wnętrzu równoważy naprężenie gumy) to masa powietrza w baloniku będzie zawsze większa niż masa wypartego przez balon powietrza. Zatem spełniony jest warunek  $m_g - \rho V > 0$ . Jeśli jednak przyjąć, że ciśnienie gazu w baloniku tylko niewiele różni się od ciśnienia atmosferycznego, czyli że  $m_g \approx \rho V$ , to ze wzoru (4) można otrzymać oszacowanie minimalnego przyspieszenia balonika:

$$a_{\min} = g \frac{1}{1 + \frac{m_g + m_d}{m_b}} \quad (5)$$

Dla gęstości powietrza  $\rho = 1,29 \text{ g/dm}^3$ , masa powietrza zgromadzonego w balonie o objętości  $7 \text{ dm}^3$  wynosi ok. 9 g. Przyjmując, że kształt balonika jest zbliżony do kulistego, masę dołączoną szacujemy na równą około połowy masy gazu wewnątrz balonika – np. dla balonika o objętości  $7 \text{ dm}^3$   $m_d = 4,5 \text{ g}$ . Dla takiego balonika powinniśmy oczekiwać przyspieszenia nie mniejszego niż  $1,0 \text{ m/s}^2$ , natomiast dla balonu o pojemności  $4 \text{ dm}^3$  przyspieszenie nie powinno być mniejsze niż  $1,7 \text{ m/s}^2$ . Dla balonów jeszcze mniej napompowanych powinniśmy oczekiwać jeszcze większych przyspieszeń. Takie zachowanie potwierdzone jest jakościowo w doświadczeniu. Coraz mniejsze balony osiągają coraz większe przyspieszenia.

Warto zauważyć, że masa powietrza, jaka znajdzie się we wnętrzu balonika silnie zależy od własności sprężystych gumy, z której został on wykonany. To może wyjaśnić zachowanie obserwowane dla dwóch najbardziej nadmuchanych balonów, które wykazały bardzo zbliżone przyspieszenia. Na wartość przyspieszenia uzyskiwanego przez balon może mieć też wpływ dodatkowy wzrost masy  $m_g$  wynikający z tego, że nadmuchując balonik wilgotnym powietrzem z płuc wprowadzamy do niego wodę.

Wśród najważniejszych czynników wpływających na uzyskany wynik końcowy należy wymienić sposób w jaki balon rozpoczyna swój ruch. Należy nauczyć się tak „puszczać” balony, aby ich prędkość początkowa rzeczywiście była zbliżona do zera. Moment puszczenia balonika, jak również czas odpowiadający jego kolejnym położeniom na filmie, znany z dokładnością do czasu trwania jednej klatki, co jest źródłem niepewności pomiarowej przy wyznaczaniu przyspieszenia balonu. Ważne jest też, żeby nie powodować ruchu powietrza, który zaburzyłby swobodny ruch balonu. Porównując różne balony należy

pamiętać o tym, że mogą się one różnić grubościami powłok. To sprawia, że balony o bardzo zbliżonych rozmiarach mogą zawierać różne masy gazu.

### Proponowana punktacja

1. Pomysł wykorzystania aparatu cyfrowego lub kamery  
(określenie powiększenia, wyznaczanie odstępów czasu) do 2 pkt.
2. Wykonanie filmów dla co najmniej trzech spadających baloników  
(wykonanie filmu, podział na klatki, przypisanie im czasów) do 5 pkt.
3. Podanie masy i wymiarów badanych balonów do 1 pkt.
4. Sporządzenie wykresu zależności drogi balonika od czasu  
(lub równoważnego wykresu) do 3 pkt.
5. Wyznaczenie przyspieszeń baloników w obszarze ruchu jednostajnie przyspieszonego dla  
co najmniej trzech baloników do 3 pkt.
6. Porównanie uzyskanych przyspieszeń z przyspieszeniem ziemskim do 1 pkt.
7. Podanie co najmniej trzech czynników, które wpływają na wartość przyspieszenia balonu  
(siła wyporu, masa balonu, masa gazu, masa dołączona) do 3 pkt.
8. Analiza czynników wpływających na dokładność pomiarów. do 2 pkt.

Zgodnie z wymaganiami zadania, wykonanie jedynie analizy jakościowej sytuacji fizycznej jest wystarczające do zdobycia kompletu punktów. Przedstawiona wyżej analiza ilościowa oparta o wzory (2)-(5) nie jest wymagana od uczestników.