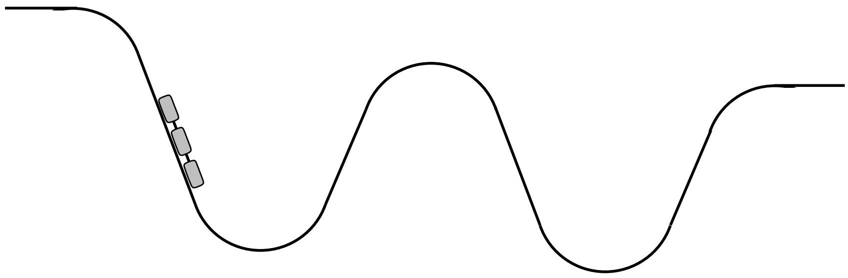
LV Olimpiada Fizyczna (2005/2006)
Zadania zawodów I stopnia — część I

Zadanie 1

W którym wagoniku kolejki górskiej trzeba siedzieć (rozważmy tylko pierwszy i środkowy), aby odczuwana przez pasażera siła dociskająca go do siedzenia była największa? W którym wagoniku trzeba siedzieć, aby odczuwana przez pasażera siła dociskająca go do oparcia była największa? Tor kolejki znajduje się płaszczyźnie pionowej i składa się z elementów w kształcie łuku o takim samym promieniu oraz odcinków prostych (patrz rysunek 1). Długość każdego z fragmentów jest większa od długości kolejki. Pomijamy tarcie i opór powietrza.



rys. 1

Rozwiązanie 1

Siła dociskająca do siedzenia jest sumą siły odśrodkowej i prostopadłej do toru składowej siły ciężkości. Jest ona największa w najniższym punkcie toru (największa prędkość i największa wartość składowej siły ciężkości) dla pasażera siedzącego najbliżej środka kolejki.

Niech dla danego położenia kolejki $g_s(i)$ oznacza styczną do toru kolejki składową przyspieszenia grawitacyjnego w wagoniku o numerze i. Jeśli wagoniki mają wraz z pasażerami tę samą masę M, to styczne do toru przyspieszenie kolejki a_s jest równe $a_s = [\Sigma_i M g_s(i)]/\Sigma_i M$, czyli jest średnią arytmetyczną ze wszystkich $g_s(i)$. Odczuwana przez pasażera o masie m, siedzącego w wagoniku i, siła dociskająca go do oparcia jest równa $m(g_s(i) - a_s)$. Ta wielkość może być największa dla skrajnych wagoników. Z tego samego rozumowania wynika, że najmniejsza wartość tej siły jest w środku kolejki.

Odp: Siła dociskająca pasażera do siedzenia jest największa w środku kolejki. Siła dociskająca pasażera do oparcia jest największa w pierwszym wagoniku.

Uwaga dla sprawdzających:

W treści tego zadania wydrukowanej przez "Deltę" zrobiono pomylkę i drugie pytanie sformułowano następująco:

W którym wagoniku trzeba siedzieć, aby odczuwana przez pasażera siła dociskająca go do oparcia była **najmniejsza**?

Prawidlowa odpowiedź na to pytanie to "w środkowym wagoniku".

Jeśli z pracy uczestnika wynika, że rozwiązywał zadanie w wersji podanej przez "Deltę", to tę odpowiedź należy uznać.

Zadanie 2

Dla jakich kątów nachylenia równi położony na nią jednorodny, sześcienny klocek przewróci się? Współczynnik tarcia klocka o równię wynosi μ.

Rozwiązanie 2

Niech α będzie kątem nachylenia równi.

Rozważmy najpierw przypadek, gdy klocek się zsuwa. Zachodzi to, jeśli równoległa do równi składowa siły ciężkości jest wieksza od siły tarcia, czyli gdy $mg\sin\alpha > \mu mg\cos\alpha$. Aby klocek się przewrócił, moment siły tarcia względem środka masy klocka musi być większy od maksymalnego momentu siły reakcji podłoża względem tego środka, czyli

$$\mu mg\frac{a}{2}\cos\alpha > mg\frac{a}{2}\cos\alpha.$$

Oznacza to, że w tym przypadku ($\mathrm{tg}\alpha > \mu$) musi być $\mu > 1$.
Gdy klocek się nie zsuwa, czyli dla $\mathrm{tg}\alpha \leq \mu$, wygodnie jest rozważyć momenty sił względem ewentualnej osi obrotu klocka O. W chwili, gdy klocek zaczyna się przewracać, moment siły tarcia oraz moment siły reakcji równi względem osi O są równe 0. Zatem klocek się przewróci, jeśli moment (względem O) równoległej do równi składowej siły ciężkości będzie większy od momentu (względem O) prostopadłej do równi składowej siły cieżkości, czyli gdy

$$mg\frac{a}{2}\sin\alpha > mg\frac{a}{2}\cos\alpha.$$

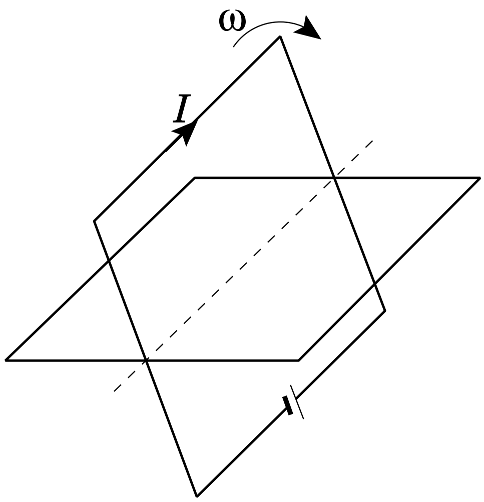
Odp: Klocek się przewróci gdy $1 < \mathrm{tg}\alpha$, czyli $45^\circ < \alpha < 90^\circ$, ale tylko jeśli $\mu > 1$. Dla $\mu \leq 1$ klocek nigdy się nie przewróci.

Zadanie 3
Termometr Galileusza to kilka kulek zanurzonych w wodzie. W zależności od temperatury wody cześć z nich wynurza się, a część opada na dno. Przyjmijmy, że kulka ma, niezależnie od temperatury, promień $R = 1,5\,\mathrm{cm}$. Z jaką dokładnością powinna być ustalona masa takiej kulki, aby pomiar temperatury odbywał się z dokładnością 1°C ? Potrzebne dane znajdź w tablicach.
Rozwiązanie 3
Oznaczmy przez β współczynnik rozszerzalności objętościowej wody. Przy wzroście temperatury o 1K masa wody zajmującej objętość $(4/3)\pi R^3 = 14,1\,\mathrm{cm}^3$ zmaleje o $\beta \times 1\,\mathrm{K} \times 14,1\,\mathrm{g}$ i z taką dokładnością powinna być określona masa kulki. Ponieważ współczynnik rozszerzalności objętościowej wody zależy od temperatury, ta dokładność będzie zależała od zakresu temperatur, w którym ma działać nasz termometr. Przyjmijmy, że tym zakresem jest np. 15 °C – 30 °C (termometry Galileusza to zwykle termometry pokojowe), co odpowiada współczynnikowi β zmieniającemu się od $1,5 \times 10^{-4}\,\mathrm{K}^{-1}$ do $3,0\times10^{-4}\,\mathrm{K}^{-1}$. Biorąc najmniejszą rozszerzalność z rozpatrywanego przedziału (określoną przez najniższą temperaturę), szukana dokładność wynosi $1,5\times10^{-4}\times14,1\,\mathrm{g} \approx 2\times10^{-3}\,\mathrm{g}$.
Odp: Wymagana dokładność masy kulki zależy od zakresu temperatur, w których ma działać termometr. W termometrze mierzącym temperatury od 15 °C, szukana dokładność powinna wynosić $2 \times 10^{-3}\,\mathrm{g}$.

Zadanie 4
Do sufitu przyczepiono nitkę na której zawieszono ciało o masie m. Pod tym ciałem zawieszono na drugiej nitce ciało o takiej samej masie. Podaj przyspieszenie obu ciał tuż po przecięciu górnej nitki oraz opisz jakościowo dalszy ruch tych ciał.
Rozważ dwie możliwości:
a) nitki są idealnie nierozciągliwe
b) nitki są w istocie gumkami o dużej stałej sprężystości.
Rozwiązanie 4
a) Oba ciała będą spadały z przyspieszeniem g.
b) Tuż po przecięciu górnej nitki naprężenie dolnej nitki się nie zmieni, zatem górne ciało będzie się poruszało z przyspieszeniem $2g$, a dolne z zerowym przyspieszeniem. W miarę

jak nitka będzie się skracać przyspieszenie górnego ciała będzie malało, a dolnego rosło aż do momentu, gdy nitka osiągnie swoją długość swobodną. Od tej chwili oba ciała będą poruszały się z przyspieszeniem ziemskim, ale górne ciało będzie miało w każdym momencie większą prędkość, więc będą się do siebie zbliżały. Może więc zajść zderzenie, ale na podstawie treści zadania nie można określić, co będzie dalej.

Zadanie 5
Rozważmy dwie ramki z drutu (patrz rysunek 2). Pierwsza obraca się ze stałą prędkością kątową. Płynie w niej prąd I. Rozpatrzmy następujące chwile: a) gdy płaszczyzny ramek są do siebie równoległe; b) gdy są do siebie prostopadłe. W którym z tych przypadków moment siły działający na drugą ramkę jest największy? W którą stronę jest skierowany?

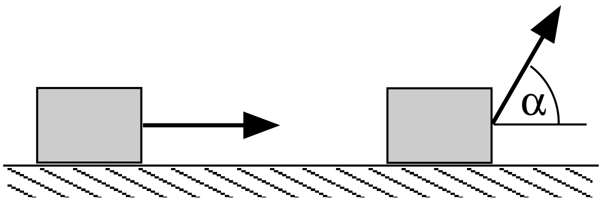


rys. 2

Rozwiązanie 5
W przypadku a) moment siły jest równy 0 bo ewentualne siły działające miedzy ramkami leżą w ich płaszczyźnie. W przypadku b) strumień pola magnetycznego przechodzący przez drugą ramkę ma nieznikającą pochodną względem czasu, co wywołuje w niej siłę elektromotoryczną i w efekcie przepływ prądu. Wytworzony prąd będzie taki, żeby przeciwstawić się zmianom strumienia pola magnetycznego, czyli druga ramka będzie przeciwstawiała się obrotowi pierwszej. Tak więc w przypadku b) pierwsza ramka będzie "ciągnęła" drugą za sobą. Uwaga: w tym rozważaniu pominęliśmy samoindukcję ramki.
Odp: Moment siły działający na drugą ramkę jest większy w przypadku b). Będzie on skierowany zgodnie z kierunkiem obrotu pierwszej ramki.

Zadanie 6
Rozważmy proces, w którym objętość jednoatomowego gazu doskonałego ulega zwiększeniu od V do $V + \Delta V$, a jego ciśnienie zmienia się od p do $p + \alpha\Delta V$, gdzie ΔV jest bardzo małe. Dla jakich α w tym procesie ciepło jest dostarczane do gazu?
Rozwiązanie 6
Z I zasady termodynamiki $Q = \Delta U - W = \Delta U + p\Delta V$. Dla jednoatomowego gazu doskonałego $U = (3/2)nRT = (3/2)pV$. Zatem $Q = \Delta[(3/2)pV] + p\Delta V = (5/2)p\Delta V + (3/2)V\Delta p = (5/2)p\Delta V + (3/2)\alpha V\Delta V$.
Odp: $Q > 0$ dla $\alpha > -(5/3)p/V$.
Przypadek $\alpha = -(5/3)p/V$ odpowiada stycznej do adiabaty.

Zadanie 7
Jaś przeprowadził następujące doświadczenie fizyczne: ciągnął pudło po podłodze za sznurek przyczepiony do dynamometru, sprawdzając, jakiej wymaga to siły. Zgodnie z jego zapiskami ciągnął to pudło ruchem jednostajnym, najpierw poziomo, a potem – z tą samą (różną od zera) siłą – pod kątem $\alpha = 60°$ (patrz rys. 3).
Zgodnie z prawami fizyki:
a) jest to możliwe na każdym podłożu, trzeba tylko odpowiednio dobrać siłę do współczynnika tarcia (jak?)
b) Jaś pomylił się; taka sytuacja jest niemożliwa (dlaczego?)
c) taka sytuacja jest możliwa tylko dla ściśle określonej wartości współczynnika tarcia (jakiej?).



rys. 3

Rozwiązanie 7
Gdy ciągniemy pudło ruchem jednostajnym, siły, które na nią działają, muszą być w równowadze. Jeśli przez μ oznaczymy wartość współczynnika tarcia skrzyni o podłoże, to warunek równowagi poziomych składowych sił ma postać:
$\mu mg = F$, gdy skrzynię ciągniemy siłą F skierowaną poziomo;
$\mu(mg - F\sin\alpha) = F\cos\alpha$, gdy skrzynię ciągniemy siłą F pod kątem α do poziomu.
Rozwiązaniem tego układu, gdy $\mu \neq 0$ ($\mu = 0$ nie spełnia warunków zadania, bo wówczas siła byłaby równa zeru) jest $\mu = (1 - \cos\alpha)/\sin\alpha = \mathrm{tg}(\alpha/2)$. Dla $\alpha = 60°$ — $\mu = \sqrt{3}/3$.
Odp: Prawidłowa jest odpowiedź c), $\mu = \sqrt{3}/3$.

Zadanie 8
Rozważmy jednorodny pręt zawieszony na pionowych nitkach przymocowanych do jego końców. Obok prawego końca pręta na trzeciej nitce wisi kulka. Pręt jest poziomy. W pewnej chwili równocześnie przecinamy nitkę, na której wisi kulka oraz nitkę przywiązaną do prawego końca pręta. Tuż po przecięciu nitek przyspieszenie którego punktu będzie większe: środka kulki czy prawego końca pręta?
Rozwiązanie 8
Przyspieszenie kątowe pręta o długości l jest równe $\epsilon = mg(l/2)/I = mg(l/2)/(ml^2/3) = (3/2)g/l$. Zatem przyspieszenie prawego końca pręta wynosi $a = (3/2)g$.
Odp: Przyspieszenie prawego końca pręta będzie większe niż środka kulki.

Zadanie 9
Powietrzny kondensator płaski ma ma pojemność $C_p = 10^{-10}$F, a odległość między okładkami jest równa $d = 2$mm. Między okładki tego kondesatora wlano ciecz o stałej dielektrycznej $\epsilon_w = 3$ i oporze właściwym $\rho = 10^4\Omega$m, całkowicie wypełniając jego wnętrze. Jakie jest natężenie prądu płynącego między okładkami kondensatora, jeśli został on podłączony do źródła o takim napięciu, że ładunek na każdej z okładek jest równy co do wartości $Q = 10^{-9}$C?
Rozważmy kondensator walcowy (o promieniach: wewnętrznym $r = 2$mm i zewnętrznym $R = 4$mm) o pojemności (początkowej) również równej C_p, między okładki którego wlano

tę samą ciecz. Jakie będzie natężenie prądu płynącego między jego okładkami, jeśli zostanie on podłączony do źródła o takim napięciu, że ładunek na każdej z okładek będzie równy co do wartości $Q = 10^{-9}$C?

Rozwiązanie 9

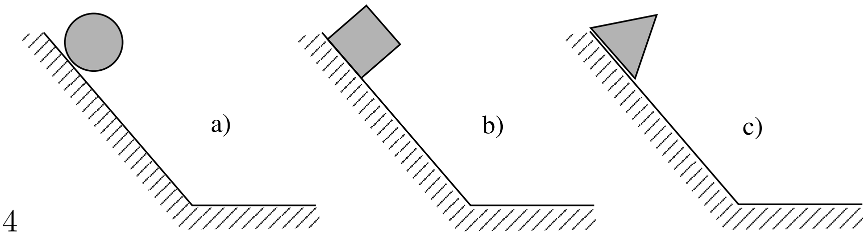
Rozważmy bardzo cienką warstwę dielektryka (naszej cieczy) o grubości b, rozciągającą się od jednej z okładek kondensatora w kierunku drugiej. Zmiana potencjału w poprzek tej warstwy jest równa $\Delta U = bE$, gdzie E jest natężeniem pola elektrycznego ("wzdłuż" warstwy, czyli równolegle do okładki, potencjał się nie zmienia). Zatem natężenie prądu płynącego przez warstwę jest równe $I = \Delta U/(\rho b/S) = ES/\rho$. Z drugiej strony, korzystając z prawa Gaussa otrzymamy, że ładunek na okładce jest równy $Q = \epsilon_0 \epsilon_w ES$. Z tych dwóch równań wyznaczamy I.

Odp: $I = Q/(\epsilon_0 \epsilon_w \rho) = 3,8\,\text{mA}$. Wynik ten nie zależy od kształtu kondensatora i jego pojemności!

Zadanie 10

Z równi pochyłej o kącie nachylenia 45°, z wysokości h spuszczono na podłogę: a) jednorodną kulkę; b) jednorodny sześcian; c) jednorodny graniastosłup o podstawie trójkąta równobocznego położony ścianą boczną na równi (patrz rys. 4). W którym przypadku pozioma prędkość ciała na podłodze będzie największa?

Tarcie i opór powietrza zaniedbujemy. Ciała są małe w porównaniu z wysokością h.



rys. 4

Rozwiązanie 10

Zgodnie z zasadą zachowania energii prędkości każdego z ciał na końcu równi będą takie same. Przy uderzeniu ciała w podłogę pojawia się bardzo duża siła reakcji podłogi skierowana w górę. W przypadku kulki i sześcianu, ich środek masy znajduje się dokładnie nad punktem przyłożenia tej siły, co spowoduje gwałtowne przyspieszenie pionowe ciała, ale nie spowoduje jego obrotu. Ponieważ w tym momencie przestanie działać siła reakcji równi, nie zmieni się prędkość pozioma ciała. W przypadku graniastosłupa o podstawie trójkata równobocznego siła reakcji podłogi spowoduje jego gwałtowne obracanie się. Gdyby w czasie tego obrotu nie było równi, to krawędź graniastosłupa, która przed obrotem znajdowała się na równi, przesunęłaby się poniżej jej powierzchni. Ponieważ jednak równia jest, to pojawi się pochodząca od niej dodatkowa siła reakcji. Ta siła ma niezerową składową poziomą, a więc zwiększy poziomą prędkość graniastosłupa.

Odp: Największą prędkość poziomą będzie miał graniastosłup o podstawie trójkąta równobocznego.

Zadanie 11

Transformator składa się z uzwojenia pierwotnego oraz uzwojenia wtórnego nawiniętych na rdzeń. Gdy do uzwojenia pierwotnego podłączony jest prąd zmienny o napięciu skutecznym 230V, a obwód wtórny jest rozwarty, to napięcie skuteczne na zaciskach obwodu wtórnego jest równe 23V, a prąd płynący przez obwód pierwotny ma natężenie skuteczne 10mA. Jakie będzie natężenie skuteczne prądu płynącego w obwodzie wtórnym, jeśli podłączymy do niego źródło prądu zmiennego o napięciu skutecznym 23V, a styki obwodu pierwotnego będą rozwarte? Opór omowy obu obwodów oraz impedancję źródeł prądu możemy pominąć. Prąd w obu przypadkach ma częstotliwość 50Hz.

Rozwiązanie 11

Stosunek liczby zwojów obwodu pierwotnego do wtórnego jest równy $230\,\mathrm{V}/23\,\mathrm{V} = 10$. Stosunek indukcyjności obwodu pierwotnego $L_{\text{pierwotny}}$ do indukcyjności obwodu wtórnego $L_{\text{wtórny}}$ jest równy kwadratowi stosunku liczby zwojów, czyli 10^2. Zatem prąd płynący w obwodzie wtórnym, przy rozwartym obwodzie pierwotnym, będzie równy

$$I_{\text{wtórny}} = \frac{U_{\text{wtórny}}}{\omega L_{\text{wtórny}}} = \frac{U_{\text{wtórny}}}{\omega L_{\text{pierwotny}}/10^2} = \frac{U_{\text{pierwotny}}}{\omega L_{\text{pierwotny}}} 10 = 100\,\mathrm{mA}.$$

Odp: Natężenie skuteczne prądu w obwodzie wtórnym w rozpatrywanym przypadku będzie wynosić $100\,\mathrm{mA}$.

Zadanie 12

Pasażerowie balonu w pewnym momencie stwierdzili, że ich balon zaczyna opadać. Postanowili podskakiwać, tak aby jak najkrócej dotykać nogami podłogi kosza balonu. Czy taki sposób postępowania zmniejszy średnią prędkość opadania balonu? Przyjmij, że balon, wraz z koszem i linami, jest sztywny i że siła oporu powietrza jest proporcjonalna do kwadratu prędkości.

Rozwiązanie 12

Gdyby siła oporu nie zależała od prędkości, to przesunięcia balonu względem środka masy układu balon + pasażerowie nie miałyby wpływu na ruch tego środka masy. Ponieważ jednak siła oporu rośnie proporcjonalnie do kwadratu prędkości balonu, to średnia wartość tej siły jest większa niż siła odpowiadająca prędkości średniej (większe prędkości dają większy wkład niż mniejsze). Skoro średnia siła oporu wzrośnie, to zmaleje średnia prędkość opadania balonu.

Odp: Takie postępowanie zmniejszy średnią prędkość opadania balonu.

Zadanie 13

Podobno Alberta Einsteina do stworzenia Szczególnej Teorii Względności doprowadziło rozważanie, co dzieje się z naszym odbiciem w lustrze, jeśli poruszamy się z prędkością zbliżoną do prędkości światła. Rozważmy analogiczny, nierelatywistyczny problem: ultraszybki nietoperz lecący z prędkością $v = 172\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ względem powietrza "ogląda" przy pomocy ultradźwięków swoje "odbicie" w lusterku trzymanym równolegle do kierunku lotu. Pod jakim kątem w stosunku do tego kierunku będzie on widział to odbicie? Nietoperz jest mały w porównaniu z odległością od "lusterka". Prędkość dźwięku w powietrzu $u = 344\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. Rozważ zagadnienie: a) w układzie powietrza; b) w układzie nietoperza.

Rozwiązanie 13

a) Aby po odbiciu dźwięk dotarł do nietoperza, musi być wysłany pod takim kątem, by składowa jego prędkości wzdłuż kierunku lotu nietoperza była równa v. Oznacza to, że $\cos\alpha = u/v$, gdzie α — kąt, jaki tworzy kierunek dźwięku z kierunkiem lotu nietoperza. Zatem nietoperz musi "patrzeć" pod kątem $\theta = 180° - \alpha$, aby zobaczyć swoje "odbicie". Podstawiając wartości liczbowe otrzymamy $\theta = 120°$.

b) W układzie nietoperza dźwięk porusza się wzdłuż prostej prostopadłej do jego kierunku lotu. Jednak nietoperz "widzi" nie kierunek rozchodzenia się dźwięku, tylko kierunek prostopadły do czoła fali dźwiękowej. To oznacza, że jak w pkt a), nietoperz będzie widział swoje "odbicie" pod kątem 120° w stosunku do kierunku lotu.

Odp: Nietoperz będzie "widział" swoje odbicie pod kątem $120°$ w stosunku do kierunku swojego lotu.

Zadanie 14
Rozważmy cienki, jednorodny krążek, zrobiony z materiału promieniotwórczego emitującego promienie γ. Jak zależy od kierunku obserwacji:
a) natężenie promieniowania termicznego;
b) natężenie promieniowania γ
wysyłanego przez ten krążek? Zakładamy, że punkt obserwacji jest daleko od krążka, promieniowanie nie jest po drodze pochłaniane, a krążek promieniuje termicznie jak ciało doskonale czarne.
Rozwiązanie 14
a) Natężenie promieniowania termicznego jest proporcjonalne do $\cos\theta$, gdzie θ jest kątem między osią symetrii obrotowej krążka, a kierunkiem obserwacji – ilość promieniowania termicznego wysyłanego przez ciało w kierunku danego punktu jest proporcjonalna do powierzchni tego ciała "widzianej" przez ten punkt.
b) Dla kierunków obserwacji nie leżących w płaszczyźnie krążka natężenie promieniowania γ nie zależy od kąta obserwacji, gdyż każde jądro promieniuje niezależnie od pozostałych w losowo wybranym kierunku i nie jest absorbowane przez inne jądra. Gdy kierunek obserwacji leży dokładnie w płaszczyźnie krążka, natężenie obserwowanego promieniowania może być mniejsze niż w pozostałych przypadkach.

Zadanie 15
Marek zawiesił na sprężynce ciężarek o masie $m = 100$g. W stanie równowagi długość rozciągnietej sprężynki była równa $l = 1$m. Następnie wprawił ciężarek w pionowe drgania. Ze zdziwieniem stwierdził, że po pewnym czasie ciężarek drgał nie w pionie, ale w poziomie – jak wahadło. Jak to wyjaśnisz? Ile była równa stała sprężystości sprężynki?
Rozwiązanie 15
Rozważaną sytuację można porównać z rozhuśtywaniem huśtawki przy pomocy przysiadania i wstawania. Najefektywniej można to robić wstając tak, by być wyprostowanym, gdy huśtawka jest w najniższym punkcie. Ponieważ jest ona tam dwukrotnie w czasie okresu swoich drgań, zatem częstotliwość wstawania (i przysiadów) powinna być dwa razy większa od częstotliwości drgań huśtawki. W rozważanym przypadku oznacza to, że $\sqrt{k/m} = 2\sqrt{g/l}$, gdzie k jest stałą sprężystości sprężynki. Zatem $k = 4(g/l)m \approx 4\,\mathrm{N/m}$. Oczywiście aby sprężynka mogła się rozbujać w poziomie, jej początkowe drgania nie mogą być idealnie pionowe (a w praktyce nigdy nie są idealnie pionowe).
Huśtawkę można również rozbujać, choć dużo mniej efektywnie, wstając n (gdzie $n = 1, 2, 3, ...$) razy rzadziej niż podano powyżej. Oznacza to, że rozważana sytuacja jest możliwa również, gdy $\sqrt{k/m} = 2\sqrt{g/l/n})$.
Odp: Stała sprężystości mogła być równa $k = (4/n^2)(g/l)m \approx (4/n^2)\,\mathrm{N/m}$, gdzie n jest liczbą naturalną.