

**LV OLIMPIADA FIZYCZNA (2005/2006). Stopień II, zadanie doświadczalne – D**

**Źródło:** Komitet Główny Olimpiady Fizycznej – A. Wysmołek; *Fizyka w Szkole* nr 3, 2006.

**Autor:** Andrzej Wysmołek – Komitet Główny Olimpiady Fizycznej, IFD UW.

**Nazwa zadania:** Badanie czarnej skrzynki dla układu dwóch oporników i kondensatora

**Działy:** Elektryczność

**Słowa kluczowe:** Obwody prądu zmiennego, napięcie, natężenie skuteczne, zawada, opór, opornik, pojemność, częstotliwość, kondensator, generator

---

**Zadanie doświadczalne – D, zawody II stopnia, LV OF.**

Dwa oporniki ( $R_1$ ,  $R_2$ ) oraz kondensator  $C$  połączono w układ elektryczny. Elementy obwodu zostały umieszczone w zamkniętym, izolującym pudełku. W trzech punktach obwodu utworzono kontakty, które umieszczono na ściankach pudełka i oznaczono literami  $A$ ,  $B$  oraz  $C$ . Można do nich podłączyć przewody elektryczne.

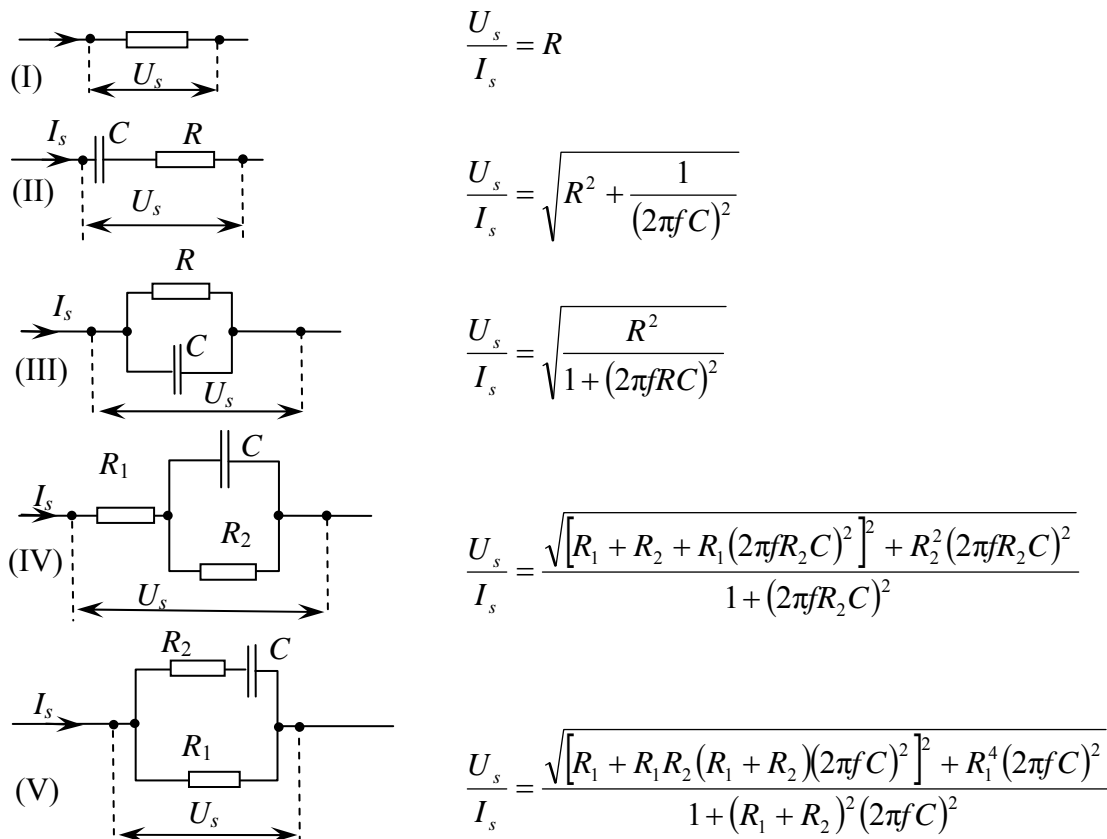
Mając do dyspozycji:

- woltomierz pozwalający na pomiar napięcia stałego oraz wartości skutecznej napięcia zmiennego,
- baterię 4,5 V,
- generator napięcia sinusoidalnego o częstotliwości regulowanej w zakresie  $20 \div 1000$  Hz,
- opornik o oporze  $100 \Omega$ ,
- przewody i zaciski umożliwiające zestawienie układu pomiarowego,
- papier milimetrowy,

ustal, nie otwierając pudełka, schemat połączeń elementów w układzie elektrycznym zamkniętym w pudełku i wyznacz wartości oporów  $R_1$ ,  $R_2$  oraz pojemność  $C$  kondensatora.

**Wskazówka:**

- 1) Przyjmij, że natężenie prądu płynącego przez woltomierz jest zaniedbywanie małe.
- 2) Dla przedstawionych poniżej obwodów elektrycznych zależność od częstotliwości  $f$  stosunku napięcia skutecznego  $U_s$  do prądu skutecznego  $I_s$  opisana jest następującymi wzorami:



## Rozwiązanie

### Część teoretyczna

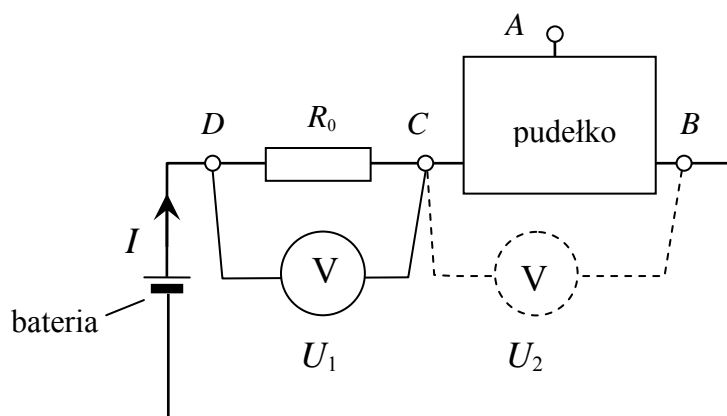
Liczba różnych połączeń dwóch oporników i kondensatora jest duża, dlatego przed rozpoczęciem szczegółowych rozważań lepiej jest zbadać jak prąd stały przepływa pomiędzy różnymi parami kontaktów umieszczonych na ściankach pudełka. Pomiary można wykonać w układzie przedstawionym schematycznie na rys. 1. Stanowi on szeregowe połączenie baterii 4,5 V, opornika  $R_0$  (w doświadczeniu wykonanym przez recenzenta użyto opornika o oporze 99,0  $\Omega$ ) oraz części obwodu zamkniętego w pudełku, znajdującego się odpowiednio pomiędzy kontaktami AB, BC oraz AC. Zgodnie z informacją podaną w treści zadania dołączenie woltomierza (równolegle) do dowolnej części obwodu nie zmieni ani rozkładu napięć w obwodzie ani wartości prądu  $I$  płynącego w obwodzie. Dołączając woltomierz do par kontaktów DC oraz CB (rys. 1) zmierzono napięcia  $U_1 = (0,410 \pm 0,001)$  V oraz  $U_2 = (4,10 \pm 0,01)$  V.

Na ich podstawie wyznaczono oporność  $R_{BC} = R_0 U_2 / U_1 = (1000 \pm 7)$   $\Omega$  pomiędzy kontaktami BC obwodu.

W analogiczny sposób, dla przepływu prądu pomiędzy kontaktami AB uzyskano  $U_1 = (0,785 \text{ V} \pm 0,001)$  V oraz  $U_2 = (3,68 \pm 0,01)$  V, natomiast dla kontaktów AC zmierzono  $U_1 = (0,287 \pm 0,001)$  V,  $U_2 = (4,22 \pm 0,01)$  V. Wykorzystując te dane obliczono wartości oporów  $R_{AB} = (469 \pm 2)$   $\Omega$  oraz  $R_{AC} = (1470 \pm 8)$   $\Omega$ .

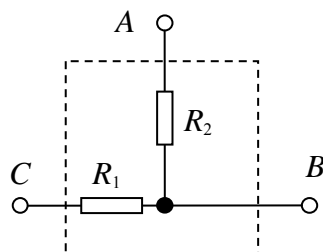
Uzyskane wartości oporów świadczą o tym, że żaden z kontaktów nie jest połączony z pozostałymi jedynie poprzez kondensator. Warto zauważyć, że z dokładnością do niepewności pomiarowych, wyznaczone oporności spełniają równość:

$$R_{AC} = R_{AB} + R_{BC}. \quad (1)$$



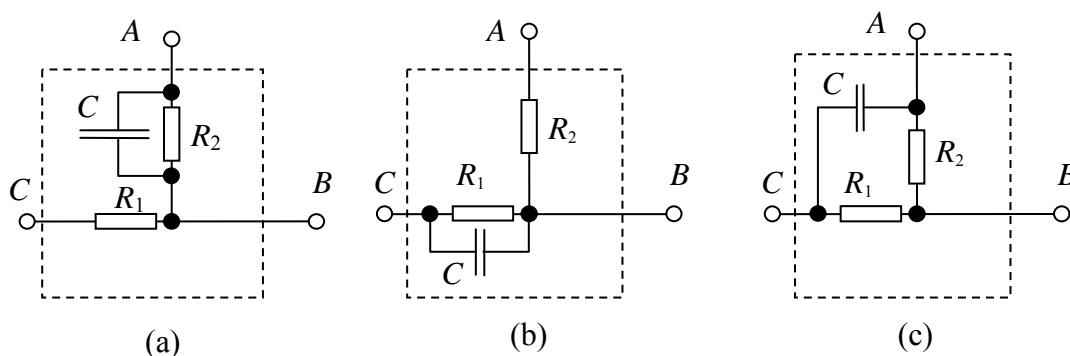
Rys. 1

Taki wynik można osiągnąć tylko przy połączeniu oporników w sposób pokazany schematycznie na rys. 2, dla wartości oporności  $R_1 = (1000 \pm 7) \Omega$  oraz  $R_2 = (469 \pm 2) \Omega$ .



Rys. 2

Do pełnego rozwiązania zadania pozostało ustalenie sposobu umieszczenia w obwodzie kondensatora oraz wyznaczenie jego pojemności  $C$ . Przy założeniu, że kondensator nie został zwarty, możliwe są trzy nierównoważne sposoby umieszczenia go w układzie (rys. 3).



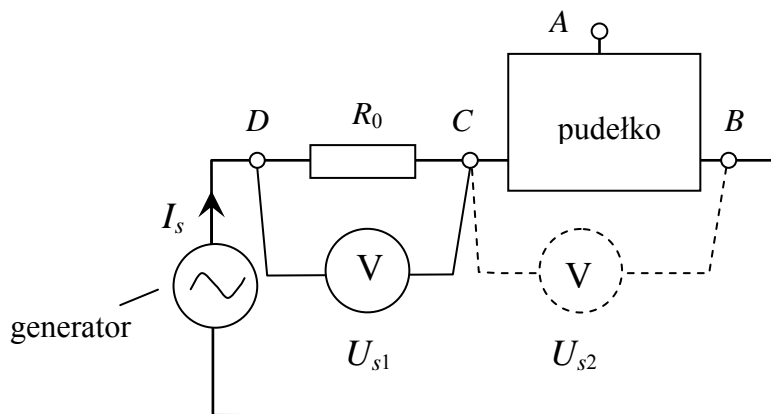
Rys. 3

Trzy konfiguracje przedstawione schematycznie na rys. 3 różnią się zachowaniem przy zasilaniu prądem zmiennym. Ponieważ możliwość szeregowego połączenia kondensatora z opornikiem została już wyeliminowana to należy się spodziewać, że poszczególne gałęzie obwodu będą zachowywać się tak jak odpowiednie układy przedstawione na schematach (I), (III) lub (IV), zamieszczone we wskazówce do zadania. O ile dla układu (I), stosunek  $Z = U_s/I_s$  (czyli moduł impedancji lub zawada) nie zależy od częstotliwości, to zachowanie obwodów (III) oraz (IV) dla dużych częstotliwości różni się:  $Z_{III} \rightarrow 0$ , natomiast  $Z_{IV} \rightarrow R_1$ . Warto też zwrócić uwagę, że przy przejściu do niskich częstotliwości  $Z_{III} \rightarrow R$  natomiast  $Z_{IV} \rightarrow R_1 + R_2$ . Odpowiednie

pomiary dla różnych częstotliwości prądu przemiennego można wykonać w układzie przedstawionym na rys. 4. Na podstawie pomiarów napięcia  $U_{s1}$  oraz  $U_{s2}$  można wyznaczyć zależność zawady między poszczególnymi parami kontaktów od częstotliwości  $f$ :

$$Z(f) = \frac{U_s(f)}{I_s(f)} = R_0 \frac{U_{s2}(f)}{U_{s1}(f)} \quad (2)$$

Wykonując pomiary z użyciem generatora należy ustawić na woltomierzu odpowiedni zakres napięcia zmiennego.



Rys. 4

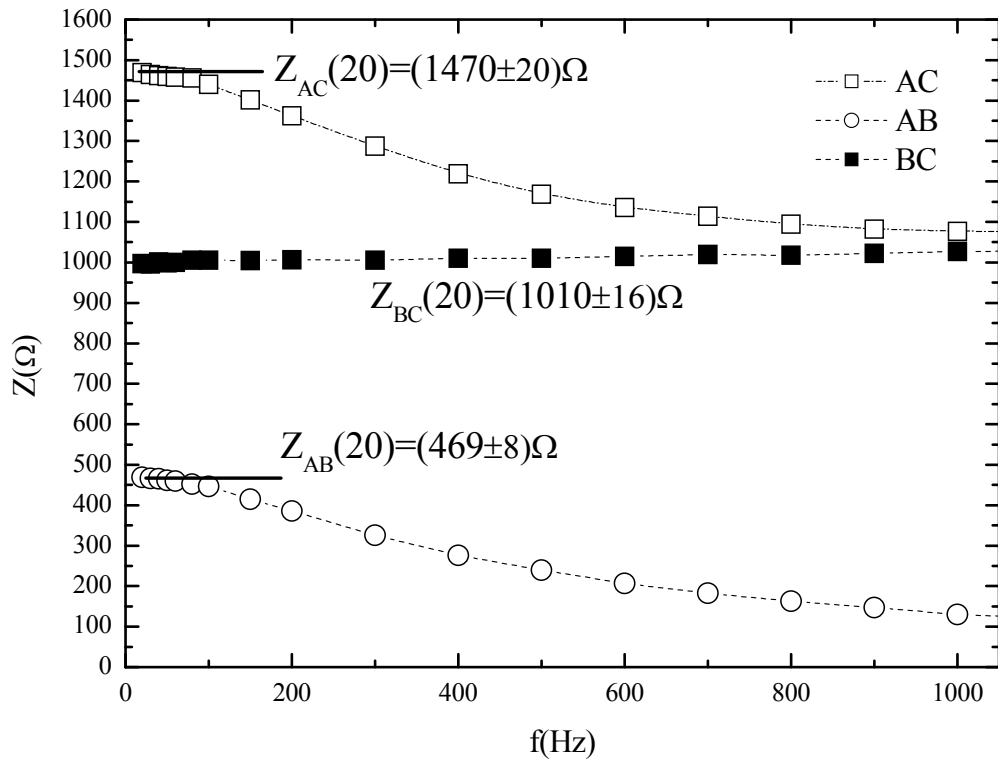
Uzyskane wyniki pomiarów, po przeliczeniu zgodnie ze wzorem (2), przedstawiono na rys. 5. Z rys. 5 wynika, że impedancja pomiędzy wyprowadzeniami  $BC$ , z dokładnością do niepewności pomiarowych, nie zależy od częstotliwości. Spośród układów przedstawionych na rys. 3 takiego zachowania można spodziewać się jedynie dla konfiguracji przedstawionej na Rys. 3 (a). Wartość oporu pomiędzy kontaktami  $BC$ , wynikająca z dopasowania poziomej prostej, wynosi  $(1010 \pm 16) \Omega$  i w granicach niepewności pomiarowej jest zgodna z wartością oporu  $R_{BC} = R_1 = (1000 \pm 7) \Omega$  uzyskaną dla pomiarów z wykorzystaniem prądu stałego.

Z powyższych rozważań, wynika, że kondensator połączony jest równolegle z opornikiem  $R_2$ . Potwierdzają to uzyskane zależności częstotliwościowe dla kontaktów  $AB$  oraz  $AC$ . Zawada  $Z_{AC}$  dla dużych częstotliwości dąży do wartości  $R_1$ , czyli zgodnie z zachowaniem oczekiwanym dla układu (IV), natomiast impedancja  $Z_{AB}$  przy wzroście częstotliwości zmniejsza się do zera, czyli tak jak oczekiwalibyśmy od układu (III). Warto też zauważyć, że dla częstotliwości 20 Hz, wartość impedancji  $Z_{AC} = (1470 \pm 20) \Omega \cong R_{AC}$ , natomiast  $Z_{AB} = (469 \pm 8) \Omega \cong R_{AB}$ , co jeszcze raz potwierdza, że mamy do czynienia z konfiguracją przedstawioną na rys. 3 (a).

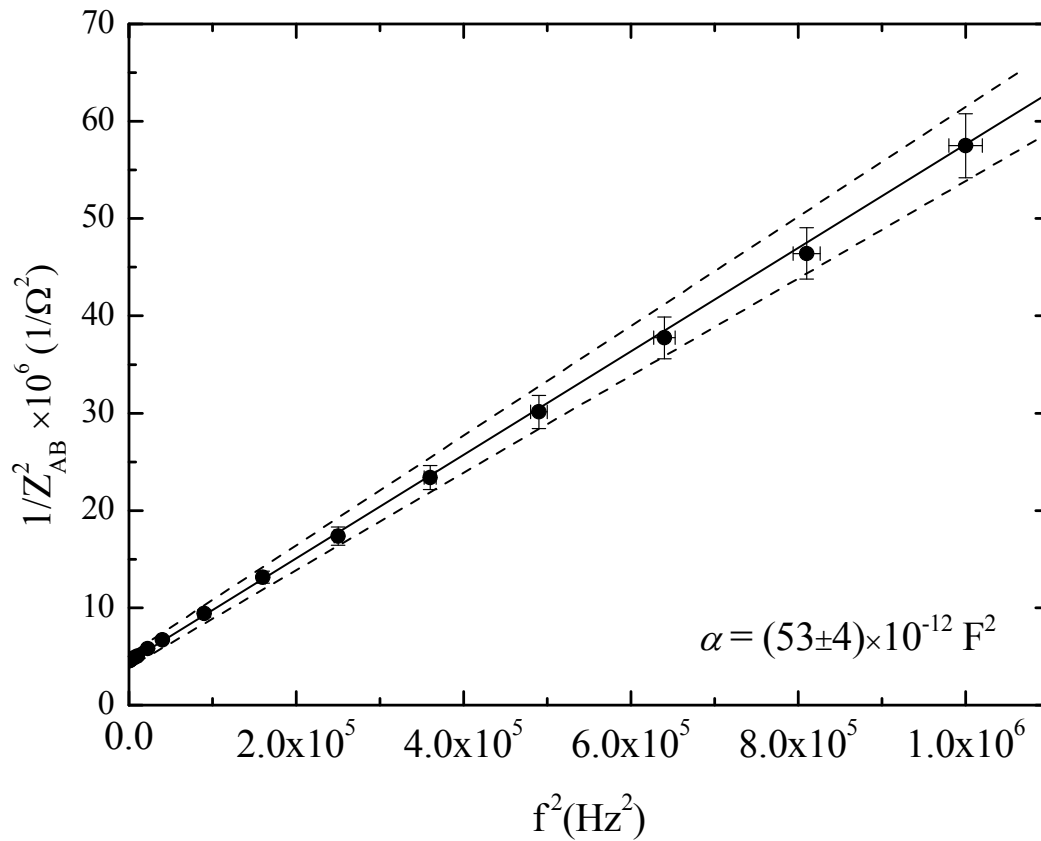
Wartość pojemności  $C$  można wyznaczyć analizując zależność  $Z_{AB}$  od częstotliwości, która powinna mieć formę przewidywaną dla układu (III). Zależność zawady od częstotliwości podaną we wskazówce dla układu (III) można przekształcić do postaci:

$$\frac{1}{Z_{AB}^2} = \frac{1}{R_2^2} + (2\pi C)^2 f^2 \quad (3)$$

Jeśli wykreślimy zależność wielkości  $(1/Z_{BC})^2$  od kwadratu częstotliwości, otrzymamy prostą o współczynniku nachylenia  $\alpha = (2\pi C)^2$ . Odpowiednio przeliczone dane eksperymentalne wraz z dopasowaną prostą przedstawia rys. 6:



Rys. 5



Rys. 6

Z dopasowania prostej wyznaczono współczynnik  $\alpha = (53 \pm 4) \cdot 10^{-12} \mu\text{F}^2$ . Jego niepewność oszacowano graficznie. Dopasowanej wartości współczynnika  $\alpha$  odpowiada pojemność

$$C = \frac{\sqrt{\alpha}}{2\pi} = (1,15 \pm 0,04) \mu\text{F}.$$

Z przedstawionych powyżej rozważań wynika, że układ dwóch oporników i kondensatora został połączony zgodnie ze schematem przedstawionym na rys. 3 (a). Wartości oporów wynoszą:  $R_1 = (1000 \pm 7) \Omega$  oraz  $R_2 = (469 \pm 2) \Omega$ , natomiast pojemność kondensatora podłączonego równolegle do opornika  $R_2$  wynosi  $C = (1,15 \pm 0,04) \mu\text{F}$ .

### Proponowana punktacja

- |  |           |
|--|-----------|
| 1) Zestawienie układu umożliwiającego wyznaczenie oporności i zawady przy użyciu jednego woltomierza, baterii lub generatora i opornika o znanej oporności   | do 2 pkt. |
| 2) Wykonanie pomiarów napięć $U_1$ oraz $U_2$ umożliwiających wyznaczenie oporności pomiędzy kontaktami $AB$ , $BC$ , $AC$ obwodu elektrycznego  | do 1 pkt. |
| 2) Określenie rozmieszczenia oporów $R_1$ i $R_2$ w układzie   | do 2pkt.  |
| 3) Wyznaczenie wartości oporności $R_1$ i $R_2$ i ich niepewności pomiarowych  | do 3 pkt. |
| 4) Analiza możliwych połączeń kondensatora w układzie  | do 1 pkt. |
| 5) Wykonanie pomiarów napięć $U_{s1}$ oraz $U_{s2}$ dla różnych częstotliwości prądu zmiennego i różnych par kontaktów, umożliwiających ustalenie sposobu podłączenia kondensatora w układzie oraz wyznaczenie jego pojemności | do 6 pkt. |
| 6) Analiza zależności zawady od częstotliwości dla poszczególnych par kontaktów i ustalenie sposobu połączenia kondensatora  | do 3 pkt. |
| 7) Wyznaczenie wartości pojemności kondensatora i jej niepewności pomiarowej   | do 2 pkt. |